Équations de droites.

Fonctions affines et équations de droites (vidéo 1)

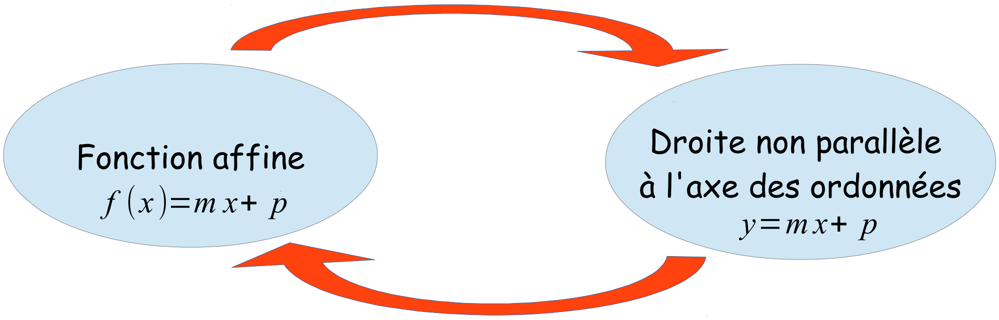
Rappel : La représentation graphique d'une fonction affine du type $f(x)=mx+p$ une est une droite non parallèle à l'axe de ordonnées.

Cette droite a donc une équation de la forme $y=mx+p$

m est le coefficient directeur

p est l'ordonnée à l'origine

$(x;y)$ sont les coordonnées des points appartenant à la droite.



Tracer une droite d'équation $y=mx+p$:(vidéo 2)

Exemple :

Tracer la droite (d) d'équation $y=2x+3$

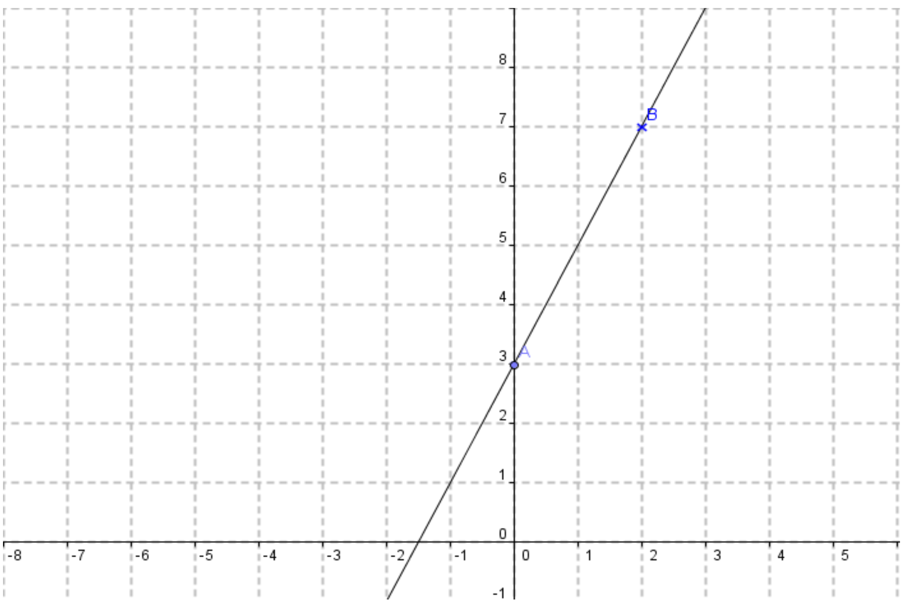
On cherche les coordonnées de deux points de la droite :

On peut présenter les résultats dans un tableau :

	A	B
x	0	2
$y=2x+3$	3	7

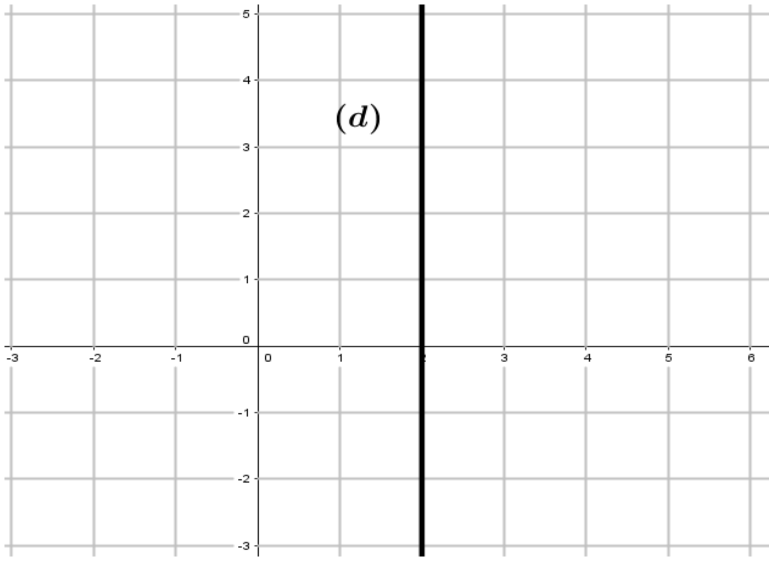
Ou le rédiger de façon plus lycée :

- si $x=0$, alors $y=2\times0+3=3$, on a donc $A(0;3)\in(d)$
- si $x=2$, alors $y=2\times2+3=7$, on a donc $B(2;7)\in(d)$



Tracer une droite d'équation $x=a$ (vidéo 3)

<u>Rappel :</u> Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées ne peut être la représentation graphique d'une fonction, puisqu'un antécédent ne peut avoir plusieurs images.



<u>Conséquence :</u> **Une droite parallèle à l'axe des ordonnées ne peut pas s'écrire sous la forme** $y=mx+p$

L'ensemble des points de cette droite ont en commun la même abscisse.
Une équation de cette droite se résume donc en : $x=2$

<u>Propriété :</u>
Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées à une équation du type $x=a$
avec a l'abscisse commune à tous les points de la droite.

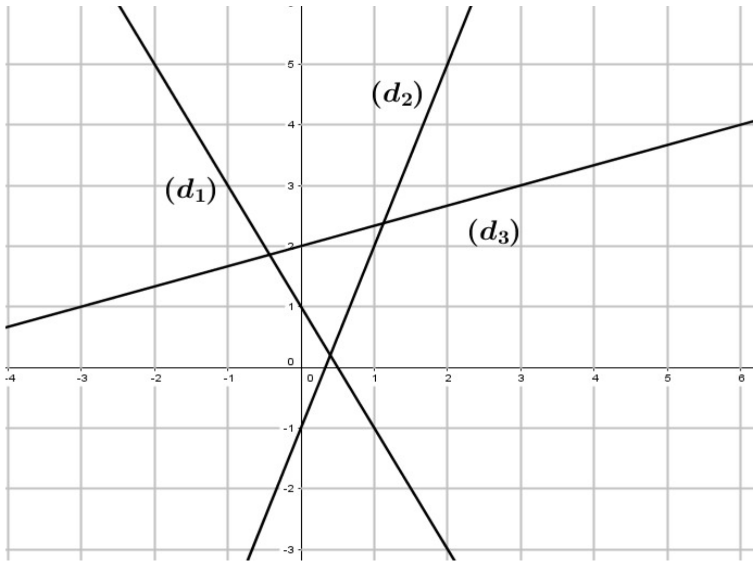
Propriétés graphiques du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine (vidéo 4)

Si (d) **est une droite d' équation** $y=mx+p$ **alors**

- Le coefficient directeur m mesure la pente de la droite c'est à dire l'inclinaison par rapport à l'horizontal (axe des abscisses)
- L'ordonnée à l'origine p mesure l'étage où la droite coupe l'axe des ordonnées.

Application : représenter, sans justifier dans le repère ci-contre :

$(d_1): y=-2x+1$
$(d_2): y=3x-1$
$(d_3): y=\frac{1}{3}x+2$



Calcul du coefficient directeur : (vidéo 5)

<u>Propriété :</u>
Soit $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ *(avec* $x_A \neq x_B$ *, i.e. la droite (AB) est non parallèle à l'axe des*

ordonnées)

La droite (AB) a pour coefficient directeur $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

C'est la même formule que celle déterminée pour une fonction affine :

$m=\dfrac{f(u)-f(v)}{u-v}$ pour $u\neq v$

<u>Exemple 1 :</u>

Déterminer, si possible, le coefficient directeur de la droite (AB) passant par A(2;1) et B(5;2)

On vérifie que $x_A\neq x_B$

Donc la droite (AB) a pour coefficient directeur $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ et $m=\dfrac{2-1}{5-2}=\dfrac{1}{3}$

le coefficient directeur de la droite (AB) est $\dfrac{1}{3}$

Déterminer une équation de droite:

<u>Exemple 1 : (vidéo 6)</u>

Déterminer l'équation de la droite passant par les points A(2;-6) et B(-4;6)

On vérifie que $x_A\neq x_B$

La droite (AB) admet donc une équation du type $y=mx+p$

Son coefficient directeur vaut $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ et $m=\dfrac{6-(-6)}{-4-2}=\dfrac{12}{-6}=-2$

La droite (AB) admet donc une équation du type $y=-2x+p$

On cherche p :

On utilise que $A\in(d)$ donc si $x=2$ alors $y=-6$

comme $y=-2x+p$, alors $-6=-2\times 2+p$ d'où $p=-2$

La droite (AB) admet comme équation $y=-2x-2$

<u>Exemple 2 : (vidéo 7)</u>

Déterminer, si possible, le coefficient directeur de la droite (CD) passant par C(3;3) et D(3;7).

On observe que $x_C=x_D=3$, la droite (CD) est donc parallèle à l'axe des ordonnées.

Son équation est donc $(CD):x=3$

Reconnaître si deux droites sont parallèles ou sécantes (vidéo 8)

<u>Théorème :</u>

Dans un repère, la droite (d) a pour équation $y=mx+p$
et la droite (d') a pour équation $y=m'x+p'$

- $(d)\parallel(d')$ équivaut à dire $m=m'$
- $(d)\,et\,(d')$ sécantes équivaut à dire $m\neq m'$

<u>Autre formulation du théorème :</u>

Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles
si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.

<u>Exemple :</u>

On donne dans un repère les droites :

$(d_1): y=2x+3$; $(d_2): y=-2x+3$; $(d_3): x=7$ $(d_4): 2y=4x+8$ $(d_5): y+2x=5$

Lesquelles sont parallèles entre-elles ?

$(d_1): y=2x+3$; $(d_2): y=-2x+3$; $(d_3): x=7$ $(d_4): y=2x+4$ $(d_5): y=-2x+5$

$(d_1): y=2x+3$ $(d_2): y=-2x+3$; $(d_3): x=7$

$(d_4): y=2x+4$ $(d_5): y=-2x+5$

(d_1) et (d_4) sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur : 2

(d_2) et (d_5) sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur : - 2

Établir que trois points sont alignés, non alignés (vidéo 9)

Propriété :

On dit que 3 points A, B et C sont alignés

si et seulement si les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur.

Application :

Dans un repère (O,I,J), on donne trois points M(-1;4) ; N(3 ;-4) et P(2 ;-2)

Les points M, N et P sont-ils alignés ??

On vérifie que $x_M \neq x_N$

Donc la droite (MN) a pour coefficient directeur $m=\frac{y_M-y_N}{x_M-x_N}=\frac{-4-4}{3-(-1)}=\frac{-8}{4}=-2$

de même,

On vérifie que $x_M \neq x_P$

Donc la droite (MP) a pour coefficient directeur $m'=\frac{y_M-y_P}{x_M-x_P}=\frac{-2-4}{2-(-1)}=\frac{-6}{3}=-2$

On constate que $m=m'$

Les droites (MN) et (MP) ont donc le même coefficient directeur.

Les points M, N et P sont donc alignés.

Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes (vidéo 10)

Exemple :

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites $(d_1): y=3x+2$ et $(d_2): y=-2x-3$

On cherche les couples de nombres $(x\,;y)$ qui vérifient à la fois $(d_1): y=3x+2$ et $(d_2): y=-2x-3$

Cela revient à résoudre un système de deux équations à deux inconnues :

$\begin{cases} y=3x+2 \\ y=-2x-3 \end{cases}$ qui amène à l'équation $3x+2=-2x-3$

$$5x=-5$$

$$x=-1$$

si $x=-1$, alors en remplaçant dans l'équation de $(d_1): y=3x+2$

$y=3\times(-1)+2=-1$

On vérifie que le couple (-1 ;-1) vérifie bien les deux équations du système.

Le système admet donc le couple (-1 ;-1) comme solution.
Les deux droites sont donc sécantes en un point de coordonnées (-1 ;-1)