

Remédiation Devoir Surveillé de mathématiques n°1

Résoudre dans \mathbf{R} :

- $\frac{x-3}{4-5x} > 0$

Recherche du domaine de définition :

Il faut que l'expression au dénominateur soit non nulle.

On résout $4 - 5x = 0 \iff x = \frac{4}{5}$. D'où $D = \mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{4}{5} \right\}$

Le numérateur et le dénominateur de la fraction sont des fonctions affines.

 $x - 3$ est signe de $a = 1 > 0$ pour $x > 3$ $4 - 5x$ est signe de $a - 5 < 0$ pour $x > \frac{4}{5}$

x	$-\infty$	$\frac{4}{5}$	3	$+\infty$	
$x - 3$		-	-	0	+
$4 - 5x$		+	0	-	-
$\frac{x-3}{4-5x}$		-	+	0	-

On déduit que : $S = \left] \frac{4}{5}; 3 \right[$

- $\sqrt{\frac{2}{3}x - 4} = 2$

Recherche du domaine de définition :

Il faut que l'expression sous le symbole radical soit positive ou nulle.

On résout $\frac{2}{3}x - 4 \geq 0 \iff x \geq 6$ d'où $D = [6; +\infty[$

On sait que $\sqrt{x} = a > 0 \iff x = a^2$ donc

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2}{3}x - 4} &= 2 \\ \iff \frac{2}{3}x - 4 &= 2^2 \\ \iff \frac{2}{3}x - 4 &= 4 \\ \iff \frac{2}{3}x &= 8 \\ \iff x &= 12 \end{aligned}$$

On vérifie que $12 \in D$, d'où $S = \{12\}$

- $(3x+2)(2-5x) = (2-5x)(4x+3)$ On se ramène à une équation produit-nul :

$$\begin{aligned} (3x+2)(2-5x) &= (2-5x)(4x+3) \\ \iff (3x+2)(2-5x) - (2-5x)(4x+3) &= 0 \\ \iff (2-5x)[(3x+2) - (4x+3)] &= 0 \\ \iff (2-5x)[3x+2-4x-3] &= 0 \\ \iff (2-5x)(-x-1) &= 0 \end{aligned}$$

Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul

$$x = \frac{2}{5} \text{ ou } x = -1 \text{ d'où } S = \left\{ -1; \frac{2}{5} \right\}$$