Les nombres réels

1 L'ensemble $\mathbb{R}$ (Vidéo 1)

Définition

On appelle $\mathbb{R}$, l'ensemble de tous les nombres réels, c'est dire ceux que l'on peut représenter . . . .

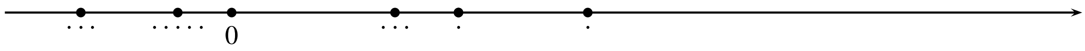
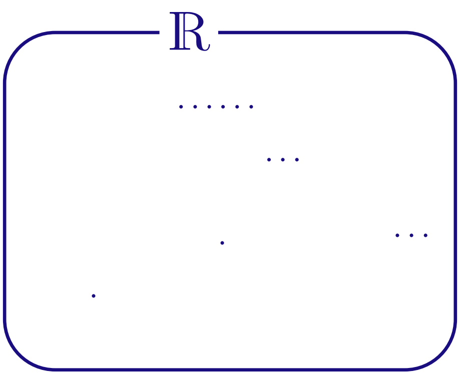


Illustration :



Notations :

- On utilise le symbole . . . pour dire qu'un élément appartient à un ensemble.
- On note . . . . . pour dire que le nombre 3 est un nombre réel.
- Si on veut définir l'ensemble de tous les réels sauf le nombre 3, on peut écrire : . . . . ou . . . . . .
- On appelle parfois . . . . l'ensemble de tous les réels privé du nombre 0.
- Pour nommer l'ensemble des nombre réels positifs, on peut écrire : . . . . .
- De même, ... représente les nombres réels négatifs.

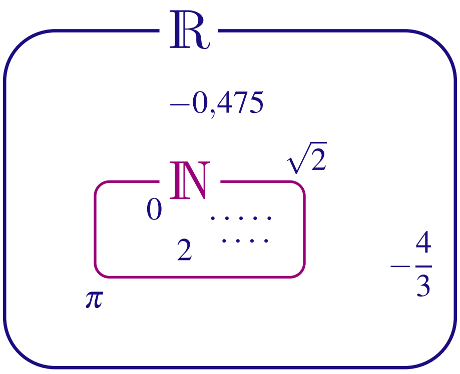
2 L'ensemble $\mathbb{N}$ (Vidéo 2)

Définition

L'ensemble des entiers naturels est noté $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$.
C'est l'ensemble des nombres positifs qui permettent de compter une collection d'objets.

L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ est un . . . . de l'ensemble des réels $\mathbb{R}$

Illustration :



Notations

— On note ..... ou .... l'ensemble des entiers naturels non nuls.

— On utilise .... pour d'ire qu'un ensemble est inclus dans un autre ensemble.

Exemples

....

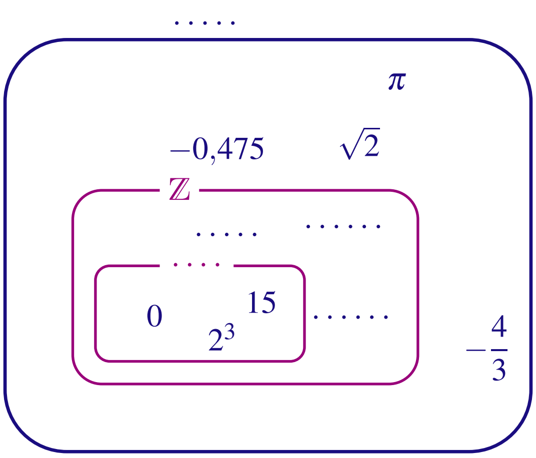
3 L'ensemble $\mathbb{Z}$ (Vidéo 3)

Définition

L'ensemble des nombres entiers relatifs est $\mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$.
Il est composé des nombres entiers naturels et ....

L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{Z}$ est un ....

Illustration



Remarque : L'ensemble $\mathbb{N}$ est .... dans $\mathbb{Z}$, ce que l'on note ....

Utilisation des notations $\in$ et $\subset$

Soit $A = \{-3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3\}$
On a . . . . et . . . .
On peut dire que : $A \subset \mathbb{Z}$ donc A est . . . .

Par contre, ...

4 Nombres décimaux $\mathbb{D}$ (Vidéo 4)

Les nombres décimaux sont les nombres de la forme . . . . . , où a est un entier et n un entier naturel.
L'ensemble des *nombres décimaux* est noté . .

Remarque :

— En pratique, ce sont les nombres dont l'écriture décimale n'a qu'un nombre . . . .

— Le nombre a étant un entier, il peut être . . . .

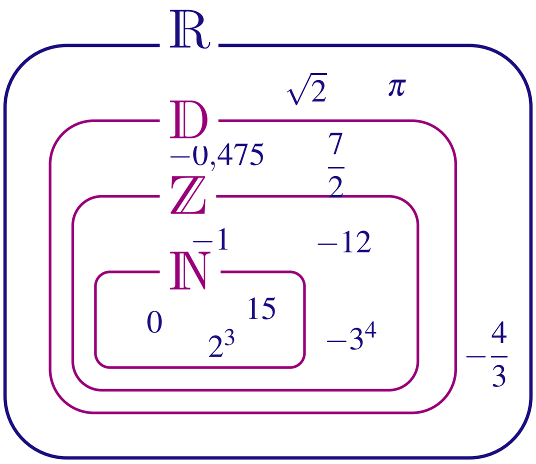
Exemples

. . . .

Remarque :

. . . .
On a clairement $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$

Illustration



Démonstration fondamentale (Vidéo 5)

Le nombre $\frac{1}{3}$ appartient-t-il à l'ensemble $\mathbb{D}$?
Procédons à un **raisonnement par l'absurde :**

Le **raisonnement par l'absurde** est une stratégie de démonstration fondamentale en mathématiques.
Elle sert uniquement à prouver qu'une affirmation est **fausse**.
Pour cela, on *suppose* que l'affirmation est vraie et on cherche à obtenir une contradiction.
L'incohérence obtenue prouve que la supposition initiale est fausse.
Attention, le **raisonnement par l'absurde** ne permet pas de prouver qu'une affirmation est vraie. Il serait en effet impossible d'obtenir une contradiction.

. . . .

5 Nombres rationnels $\mathbb{Q}$ (Vidéo 6)

Définition :

L'ensemble des nombres rationnels est . . . .
C'est l'ensemble des nombres qui s'écrivent comme le quotient d'un entier . . . .

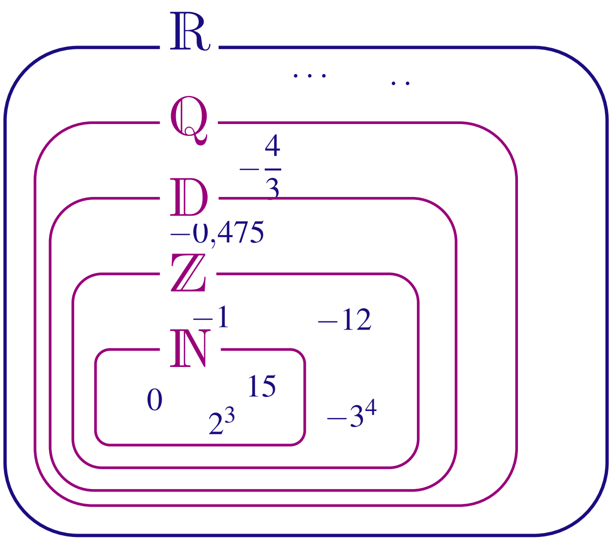
Remarques :

— La fraction $\frac{a}{b}$ avec $b \neq 0$ est dite . . . . lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont pas de facteurs communs (autres que 1 ou -1).
— La partie décimale d'un nombre rationnel est infinie et périodique à partir d'un certain rang.
Exemple : . . . .
— La division par 0 est **interdite** : L'écriture . . . .

Exemples :

. . . .
On a clairement $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ mais $\pi \notin \mathbb{Q}$, de même que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Illustration



Démonstration fondamentale : Le nombre $\sqrt{2}$ est un irrationnel (Vidéo 7)