Énoncé

On considère les fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 2 \quad \text{et} \quad g(x) = 3x - 2.$$

On note d_1 la droite représentative de f et d_2 celle de g.

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d_1 et de d_2.

2. Étudier les positions relatives de d_1 et de d_2.

Solution

1. Les points de d_1 ont des coordonnées de la forme $(x\,;f(x))$ et ceux de d_2 ont des coordonnées de la forme $(x\,;g(x))$.

On résout $f(x) = g(x)$,

c'est-à-dire $x + 2 = 3x - 2$;

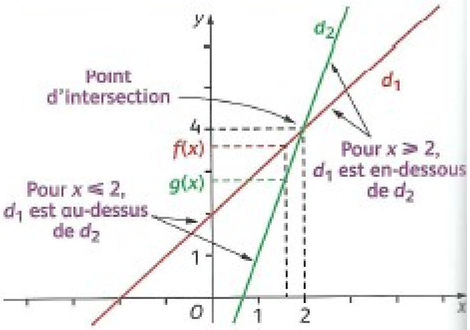
soit $x - 3x + 2 = -2$;

d'où $-2x = -4$ et finalement $x = \dfrac{-4}{-2} = 2$.

On vérifie : $f(2) = g(2) = 4$.

Ainsi, le point d'intersection de d_1 et d_2 est le point de coordonnées $(2\,;4)$.

Méthode : Le point d'intersection cherché est à la fois sur d_1 et sur d_2. Si on note x son abscisse, alors son ordonnée vaut à la fois $f(x)$ et $g(x)$. On résout donc l'équation $f(x) = g(x)$.



2. On résout l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$, soit :

$$x + 2 \geqslant 3x - 2$$
$$x - 3x + 2 \geqslant -2$$
$$-2x \geqslant -4$$
$$x \leqslant \frac{-4}{-2}$$
$$x \leqslant 2.$$

On en déduit que d_1 est au-dessus de d_2 pour $x \leqslant 2$ et en dessous pour $x \geqslant 2$.

On vérifie gaphiquement le résultat.

Pour déterminer les positions relatives des droites d_1 et d_2 représentant les fonctions affines f et g, on résout l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ qui correspond au cas où « d_1 est au-dessus de d_2 ».