Fonctions affines
Problèmes du premier degré

1. Reconnaître et utiliser une fonction affine (vidéo 1)

Définition:

On appelle **fonction affine** toute fonction f qui s'écrit sous la forme ……………….
où a et b sont des nombres fixés.

Exemples :

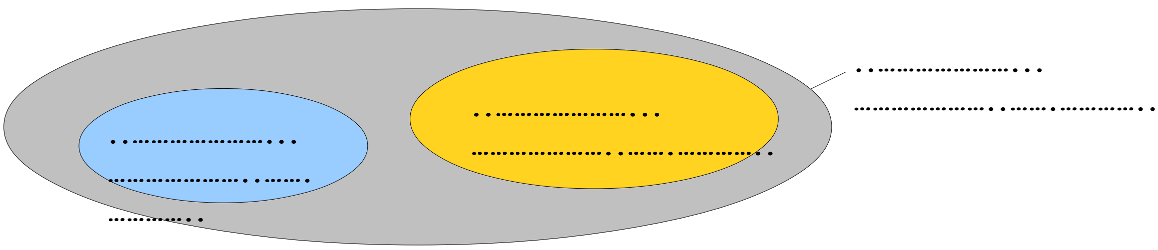
$f(x)=3x+2$ ……………………………………………………………

$f(x)=-4x+1$ ……………………………………………………………

$f(x)=3x^2+2$ ……………………………………………………………

Cas particuliers de fonction affine :

- si $a=0$
  La fonction affine s'écrit :………………………………
  On appelle cette famille de fonctions des ..…………………..……………
  Exemples : …………………
  alors : ……………………………………………………………
- si $b=0$ La fonction affine s'écrit : ……………………………………………………………
  On appelle cette famille de fonctions des ……………………………
  Exemples
  $f(x)=2x$ ……………………………………………………………
  $f(x)=-4x$ ……………………………………………………………
  Bilan :



Propriété des fonctions affines : (vidéo 2)

Exemple :

Soit $f(x)=3x+1$

Compléter ce tableau :

x	0	1	2	3	8	10	13
$f(x)=3x+1$							

Est-ce un tableau de proportionnalité ?

Que peut-on remarquer ??

$\dfrac{f(3)-f(1)}{3-1}=\dfrac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}=\dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}=\dots$ $\dfrac{f(10)-f(2)}{10-2}=\dfrac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}=\dfrac{\dots\dots}{\dots\dots}=\dots\dots$

On dit que l'accroissement est . . . . . .

Théorème :

Si f est une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$, alors :pour tout nombre u et v distincts, ...

On dit que l'accroissement est . . . .

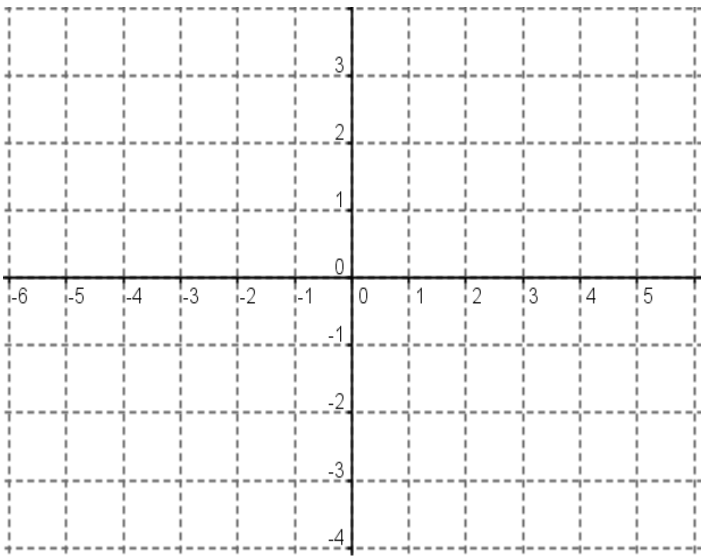
2. Représenter graphiquement une fonction affine (vidéo 3)

<u>Rappel :</u>

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

<u>Exemple :</u>

Représenter graphiquement la fonction $f(x)=3x+2$



<u>Propriété graphique (vidéo 4):</u>

Si f est une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$

a est appelé le .... de la droite, il mesure la pente.

b est appelé .... de la droite.

- Il mesure «.........................» où la droite coupe d'axe des ordonnées.
- Le point de coordonnées (....;.....) appartient à la droite

3. Déterminer le sens de variation d'une fonction affine (vidéo 5)

<u>Lien avec le graphique :</u>

Le coefficient a étant le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f, on retrouve la propriété graphique abordée précédemment.

Si $a>0$, la droite..............., et la fonction est .... sur $\mathbb{R}$

Si $a<0$, la droite «.............. », et la fonction est .... sur $\mathbb{R}$

<u>Théorème :</u>

Si f est une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$, elle est .... si .... ou .... sur $\mathbb{R}$ ....

<u>Démonstration :</u>

4. Déterminer le signe d'une fonction affine (vidéo 6)

On cherche à connaître le signe d'une fonction affine de la forme $f(x)=ax+b$.

<u>1ère méthode : résolution de l'inéquation (3ème)</u>

On cherche l'intervalle où la fonction est positive en résolvant l'inéquation $f(x)>0$

$ax+b>0$ ....

si $a>0$, alors .... $S=$.................... et si $a<0$, alors .... $S=$...................

<u>Applications :</u>

1. Résoudre $2x-3>0$

.... $S=$..............

On peut résumer le signe de l'expression $2x-3$ dans un tableau :

x	$-\infty$ ...... $+\infty$
....	

2. Déterminer le signe de $-3x+2$

.... $S=$............................

x	$-\infty$ ..... $+\infty$
$-3x+2$	

2ème méthode : (vidéo 7)

Propriété :
Pour trouver directement le signe d'une expression du type $a x+b$, avec a et b non nuls, on peut directement utiliser ce tableau :

x	$-\infty$		$\frac{-b}{a}$		$+\infty$
$a x+b$		**Opposé du signe de a**	0	**Signe de a**	

Application :
étude du signe de $A(x)=2x+1$ et $B(x)=4-2x$

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		2		$+\infty$
$2x+1$		-	0	+		+	
$4-2x$		+	⋮	+	0	-	

4. Résoudre une inéquation à partir de l'étude du signe d'une expression produit ou quotient de facteurs du 1er degré (vidéo 8)

Exemple 1:
Résoudre $(4x+1)(3-x)\geq 0$

Méthode :
on dresse un tableau de signes de l'expression :

x	$-\infty$	?	?	$+\infty$
$4x+1$		⋮	⋮	
$3-x$		⋮	⋮	
$(4x+1)(3-x)$		⋮	⋮	

x	$-\infty$		$\frac{-1}{4}$		3		$+\infty$
$4x+1$			⋮		⋮		
$3-x$			⋮		⋮		
$(4x+1)(3-x)$			⋮		⋮		

x	$-\infty$		$\frac{-1}{4}$		3		$+\infty$
$4x+1$		-	0	+	⋮	+	
$3-x$		+	⋮	+	0	-	
$(4x+1)(3-x)$			⋮		⋮		

x	$-\infty$		$\frac{-1}{4}$		3		$+\infty$
$4x+1$		-	0	+	⋮	+	
$3-x$		+	⋮	+	0	-	
$(4x+1)(3-x)$		-	⋮	+	⋮	-	

$S=[\,-\frac{1}{4};3\,]$

Exemple 2:

Résoudre $\frac{2x-5}{5x-1}<0$

Exemple 3:

Étudier le signe de cette expression :

$A(x)=(3x-1)^2-(2x+7)^2$

Il faut factoriser l'expression pour étudier le signe d'un produit.

On reconnaît une identité remarquable de la forme a^2-b^2 :

$A(x)=(3x-1)^2-(2x+7)^2=[(3x-1)+(2x+7)][(3x-1)-(2x+7)]$

$A(x)=(5x-6)(3x-1-2x-7)=(5x-6)(x-8)$

étude du signe de $(5x-6)$:

On reconnaît une expression du premier degré de la forme $ax+b$ avec $a=5$ et $b=-6$

$\frac{-b}{a}=\frac{-(-6)}{5}=\frac{6}{5}$ et $a=5>0$

étude du signe de $(x-8)$:

On reconnaît une expression du premier degré de la forme $ax+b$ avec $a=1$ et $b=-8$

$\frac{-b}{a}=\frac{-(-8)}{1}=8$ et $a=1>0$