Devoir à la maison de mathématiques :

A rendre le mardi 18 avril

Précisions :

Le seul intérêt d'un devoir à la maison est de vous amener à faire des recherches, d'apprendre à rédiger, à améliorer votre rigueur, à revoir des notions, sans contraintes de temps.
L'évaluation ne porte pas sur le fond du devoir mais sur votre travail effectué. On valorisera donc un devoir personnel et sérieux, même s'il y a des erreurs. C'est à partir de l'analyse de ces erreurs que vous progresserez.
Vous pouvez vous faire aider, il suffit de le signaler, en expliquant la nature de l'aide, où vous bloquiez, ...
Tout travail recopié (La correction se trouve facilement en ligne...) ou suspecté de l'être, sera pénalisé, même s'il est parfait.

Énoncé (d'après Bac ES)

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Cette production ne peut dépasser 700 objets par jour.
On modélise le coût total de production par une fonction C.
Lorsque x désigne le nombre d'objets fabriqués, exprimé en centaines, $C(x)$, le coût total correspondant, est exprimé en centaines d'euros. La courbe représentative de la fonction C est donnée ci-dessous.

Partie A

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en arrondissant au mieux. On laissera apparents les traits de construction sur la figure donnée ci-dessous.

1. Quel est le coût total de production pour 450 objets ?
2. Combien d'objets sont produits pour un coût total de 60 000 euros ?

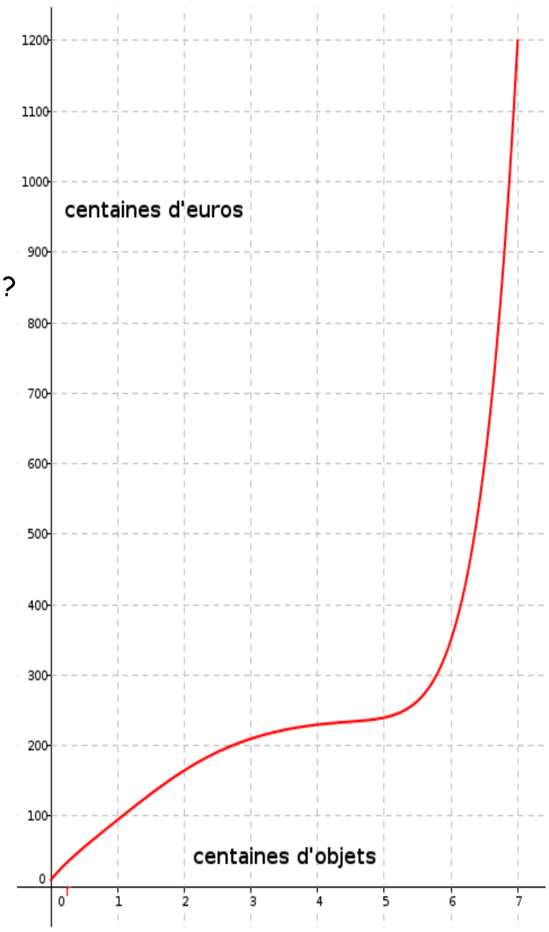
On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C.

3. Estimer le coût marginal pour une production de 450 objets puis de 600 objets.

Partie B

Le prix de vente de chacun de ces objets est de 75 euros.

1. On note r la fonction « recette ». Pour tout nombre réel x dans l'intervalle [0 ; 7], $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets.
 Représenter la fonction r dans le repère donné en annexe.
2. En utilisant les représentations graphiques, répondre aux questions qui suivent.
2. a. En supposant que tous les objets produits sont vendus, quelle est, pour l'entreprise, la fourchette maximale de rentabilité ? Justifier la réponse.
2. b. Que penser de l'affirmation : « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 500 objets plutôt que 600 objets » ?



Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.
Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ par

$$g(t) = \frac{4t}{t^2+1}.$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.
Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

1. Par lecture graphique donner sans justification :

1. a. [0.5 point] les variations de la fonction g sur $[0\ ;10]$;

1. b. [0.5 point] la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;

1. c. [0.5 point] l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.

2.

2. a. [1 point] La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0\ ;10]$ et sa dérivée est g'.
Montrer que :

$$g'(t) = \frac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$$

2. b. [1 point] Déterminer les abscisses des points de $\mathscr{C}_g$ qui admettent une tangente horizontale sur l'intervalle $[0\ ;10]$.