

# Fonctions carrées. Problème du second degré.

## 1 Étude fonction carrée.

### 1.1 Introduction

Définition : on appelle fonction carré, la fonction qui à tout réel  $x$  fait correspondre le nombre  $x^2$  .

Exemple : Soit  $f(x)=x^2$  .

Calculer  $f(2)=\dots$                        $f(-3)=\dots$                        $f(0)=\dots$

Rappel de vocabulaire :

- Quel est l'image de 3 par la fonction carrée ?
- 4 a-t-il un ou des antécédents ? Si oui, lesquels ? .....
- .....
- 3 a-t-il un ou des antécédents ? Si oui, lesquels ? .....
- .....
- - 1 a-t-il un ou des antécédents ? Si oui, lesquels ? .....
- .....

### 1.2 Sens de variation :

Théorème :

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=x^2$  est :

- strictement ..... sur l'intervalle .....
- strictement ..... sur l'intervalle .....

Tableau de variation de la fonction carrée :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

On observe que la fonction admet un ..... en ..... qui vaut .....

Conséquence :

Soit deux nombres  $a$  et  $b$  tels que :  $a < b < 0$  alors  $a^2 \dots b^2$

Soit deux nombres  $a$  et  $b$  tels que :  $0 < a < b$  alors  $a^2 \dots b^2$

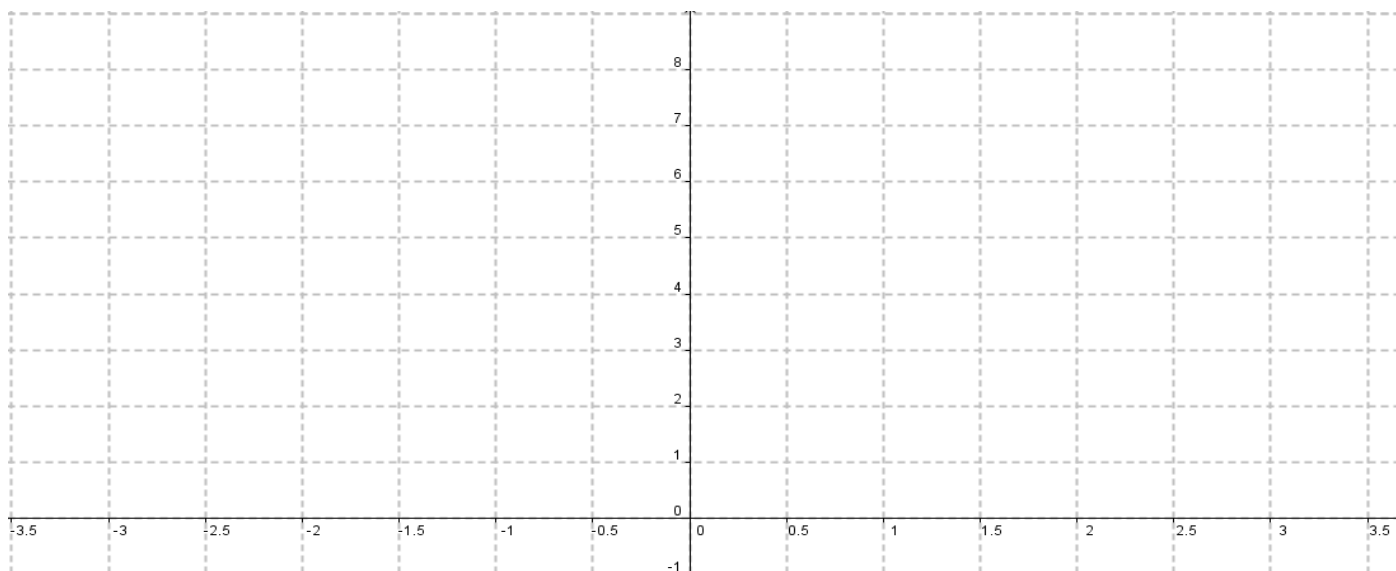
On dit que le carré conserve l'ordre de deux nombres ..... mais qu'il le renverse pour deux nombres .....

### 1.3 Représentation graphique

Tableau de valeurs :

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=x^2$							

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?



Vocabulaire :

Cette courbe s'appelle une .....

L'origine du repère est le ..... de cette .....

Propriété graphique :

Pour tout nombre  $x$  , on a  $x^2=(-x)^2$  donc  $f(x)=f(-x)$  .

Deux nombres opposés ont donc la même .....

La parabole représentative de la fonction carrée admet donc ..... comme axe de symétrie.

**2 Polynômes de degré 2.**

**2.1 Définition**

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=ax^2+bx+c$  où  $a;b;c$  sont des réels données et  $a \neq 0$

Exemples : Quelle fonction est est une fonction polynôme de degré 2 ?

$f(x)=2x^2-3x+4$

$g(x)=7x^2$

$h(x)=5x^3-2x^2-3x+4$

Application :

Calculer l'image de -2 par la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=2x^2-x+1$

**2.2 Forme canonique**

On présente souvent un trinôme du second degré sous la forme :

$f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$  qu'on appelle forme **canonique**.

Exemples :

$f(x)=2(x-3)^2+4$  est un trinôme du second degré mis sous la forme **canonique**.

$\alpha = \dots$  et  $\beta = \dots$

Application :

- o Calculer l'image de -2 par la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=-2(x-3)^2+1$

Combien valent  $\alpha$  et  $\beta$  ?

- On donne  $f(x) = 3(x-1)^2 + 2$ . Combien valent  $\alpha$  et  $\beta$  ?  
Écrire  $f$  sous la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$

### 2.3 Forme factorisée

On présente parfois un trinôme du second degré sous la forme :

$$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

Exemples :

$f(x) = 2(x-3)(x-4)$  est un trinôme du second degré mis sous la forme **factorisée**.

Application :

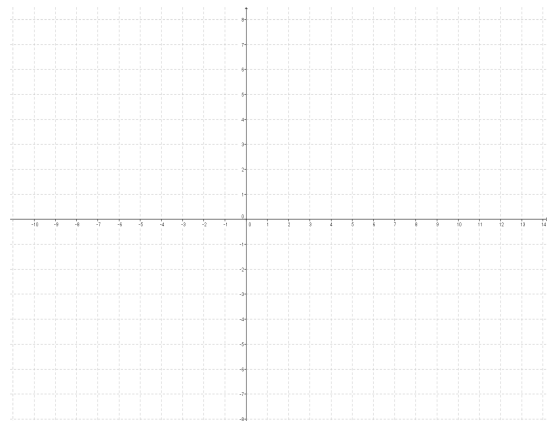
- Calculer l'image de -2 par la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -2(x-2)(x+3)$
- On donne  $f(x) = 3(x-1)(x-2)$ . Écrire  $f$  sous la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$

### 2.4 Variations et représentations graphiques

2.4.1  $f(x) = ax^2 + bx + c$

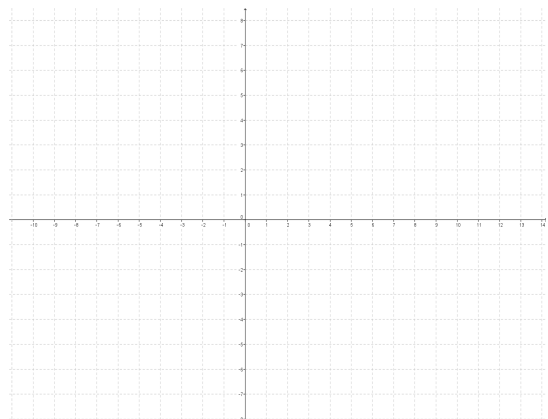
cas où  $a > 0$

$x$	
$f(x)$	



cas où  $a < 0$

$x$	
$f(x)$	



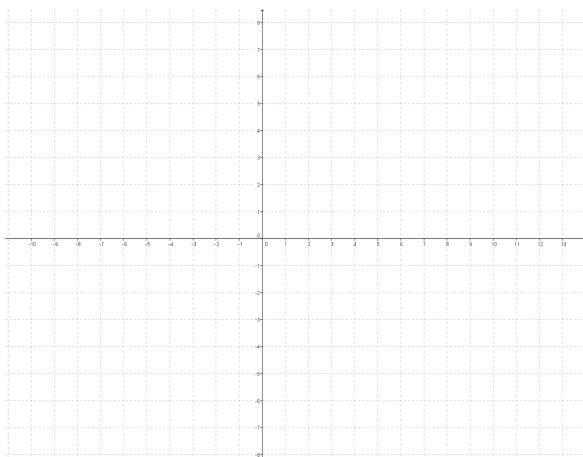
Dans tous les cas, la Parabole admet un sommet au point d'abscisse .....

L'axe de symétrie de la Parabole est la droite d'équation : .....

• Application :

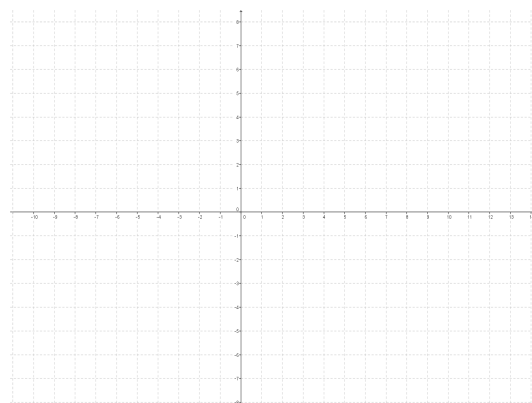
Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=3x^2-6x+2$  .  
Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

$x$	
$f(x)$	



- Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=-2(x-3)(x+4)$  .  
Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

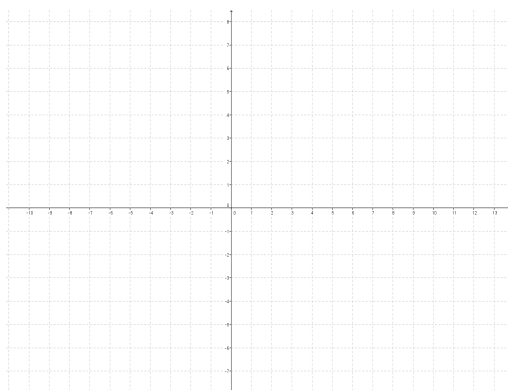
$x$	
$f(x)$	



2.4.2  $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

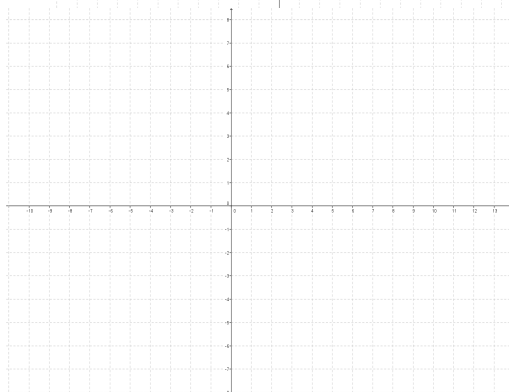
cas où  $a > 0$

$x$	
$f(x)$	



cas où  $a < 0$

$x$	
$f(x)$	

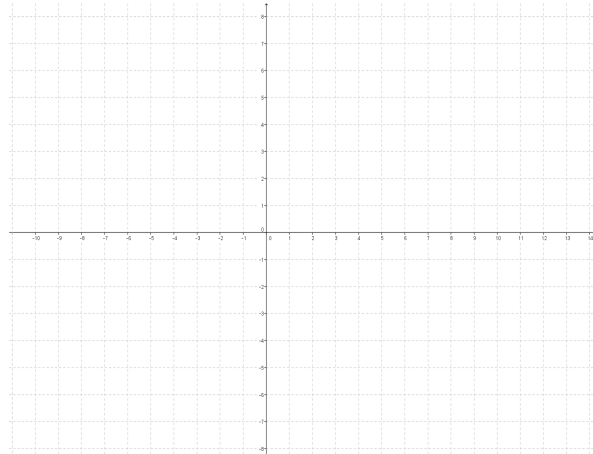


Dans tous les cas, la Parabole admet un sommet au point de coordonnées .....  
L'axe de symétrie de la Parabole est la droite d'équation : .....

2.5 Application :

Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=3(x-2)^2+2$ . Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

$x$	
$f(x)$	



Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=-2(x+3)^2-1$ . Retrouver l'allure de la courbe avec votre calculatrice.

$x$	
$f(x)$	

