

1 Résoudre une équation du premier degré

1.1 Tester une solution

Définition :

On appelle **solution** d'une équation une valeur qui rend l'équation vraie.



Méthode : Montrer qu'un nombre est solution d'une équation

Le nombre -2 est-il solution de l'équation

$$7x + 6 = -8x - 10$$



.....

.....

.....

.....

1.2 Résoudre une équation

Méthode : Résoudre une équation : : Niveau *

Pour résoudre une équation du premier degré il faut :

- 1) Développer et réduire, si besoin, chaque membre de l'équation
- 2) Regrouper les inconnues dans le membre de gauche de l'équation
- 3) Isoler les inconnues dans le membre de gauche de l'inconnue
- 4) Diviser par le coefficient devant l'inconnue du membre de gauche, s'il est non nul.

Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation

$$5 - 2(2 - x) = -3(3x - 1)$$



.....

.....

.....

.....

S'évaluer/Travailler seul



QCM 1



Exercices Mathalea

1.3 Résoudre un problème, modéliser une situation : : Niveau **

Méthode : Pour mettre en équation un problème, il faut :

1) **Définir une variable**

Si l'énoncé donne déjà la variable, on passe à l'étape 2 (souvent le cas dans les problèmes qui s'appuient sur une figure). Si l'énoncé demande de trouver un ou des nombre(s), il faut bien les définir puisque c'est vous qui les utilisez dans la démonstration.

2) **Mettre en équation le problème**

C'est l'étape la plus difficile souvent.

Il suffit de traduire l'énoncé du français en maths une fois qu'on a défini sa (ou ses) variable(s).

3) **Résoudre l'équation**

Résolution classique.

4) **Interpréter et conclure**

Il faut analyser les solutions (sont-elles toutes cohérentes avec l'énoncé) et conclure en revenant au problème avec les données de l'énoncé.



Vidéo de cours

Un rectangle a une longueur deux fois plus grande que sa largeur. Sachant que son périmètre est de 18 cm, calculer les dimensions de ce rectangle.

.....

.....

.....

.....

S'évaluer/Travailler seul



QCM 2



Exercices Mathalea

2 Cas d'équations plus complexes

2.1 Équation produit nul : : Niveau *

Une équation produit nul est une équation de la forme $\underbrace{A(x) \times B(x)}_{\text{Produit de 2 facteurs}} = \underbrace{0}_{\text{Nul}}$.

Exemple

L'équation $(5x - 9)(x + 6) = 0$ est une équation produit nul.

Propriété

Un produit de facteurs est nul **si et seulement si** au moins l'un des facteurs est égal à 0.
Autrement dit, $A \times B = 0$ **si et seulement si** $A = 0$ ou $B = 0$.

Remarque : Pourquoi "si et seulement si" ?

La propriété vue au collège est souvent exprimée ainsi :

"Si un produit est nul alors au moins un de ses facteurs est nul."

La propriété donnée dans le cours est plus forte puisqu'elle exprime en même temps la propriété réciproque :

"Si un de ses facteurs est nul alors un produit est nul. "

La formulation **si et seulement si** permet d'exprimer dans une même phrase, une propriété et sa réciproque.
Cette formulation est très utilisée en mathématiques.

On peut la remplacer par **équivalent à**, ou symbolisée par \Leftrightarrow

Méthode : Résoudre une équation produit nul :

Résoudre dans \mathbb{R} :

$$(3x - 2)(2 - 5x) = 0$$



S'évaluer



QCM 3



Exercices Mathalea

2.2 Équations se ramenant au produit-nul : Niveau **

Remarque : Que faire quand on n'a pas de produit ??

Dans certaines situations, l'expression proposée n'est pas un produit, et il n'est pas possible de la résoudre en développant car elle sera du second degré (programme de 1ère).

Une astuce est parfois de factoriser l'expression quand cela est possible pour se ramener à un produit-nul.

Méthode : Résoudre une équation se ramenant au produit-nul :

Résoudre dans \mathbb{R} :

$$(4 - 3x)^2 - (4 - 3x)(6x + 7) = 0$$



S'entraîner seul



Exercices Mathalea

2.3 Équations carré : Niveau **

Méthode : Résoudre une équation $x^2 = k$

On considère l'équation $x^2 = k$ avec $k \in \mathbb{R}$.

- Si $k > 0$, l'équation a deux solutions réelles : $x = -\sqrt{k}$ et $x = \sqrt{k}$;
- Si $k = 0$, l'équation a une seule solution $x = 0$;
- Si $k < 0$, l'équation n'a aucune solution.

Résoudre dans \mathbb{R} : $x^2 - 16 = 0$



Résoudre dans \mathbb{R} : $x^2 + 25 = 0$



S'entraîner seul



Exercices Mathalea

2.4 Équation quotient : Niveau **

Méthode : Résoudre une équation $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$

On considère l'équation $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$ avec $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}^*$. Cette équation n'existe que si $x \neq 0$.

On résout donc dans \mathbb{R}^* l'équation.

L'idée est de procéder à un produit en croix : $\frac{a}{x} = \frac{b}{c} \iff x = \frac{ac}{b}$

Résoudre les équations : $\frac{1}{x} = 3$ $\frac{5}{x} = \frac{3}{7}$ $\frac{2}{x} + 1 = 5$

2.5 Équation quotient nul : Niveau **

Une équation quotient nul est une équation de la forme $\underbrace{\frac{A(x)}{B(x)}}_{\text{Quotient}} = \underbrace{0}_{\text{Nul}}$.

Exemple

L'équation $\frac{5x - 9}{x + 6} = 0$ est une équation quotient nul.

Propriété

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est égal à 0 et son dénominateur est non nul.

Autrement dit, $\frac{A}{B} = 0$ si et seulement si $A = 0$ et $B \neq 0$.

Méthode : Résoudre une équation quotient nul : Niveau ***

Résoudre l'équation : $\frac{3x - 9}{x + 1} = 0$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

S'entraîner seul



QCM 4



Exercices Mathalea

2.6 Équation racine carrée : Niveau ***

Méthode : Résoudre une équation $\sqrt{x} = k$

On considère l'équation $\sqrt{x} = k$ avec $k \in \mathbb{R}$.

Cette équation n'existe que pour $x \geq 0$.

On la résout donc sur \mathbb{R}_+ :

- Si $k < 0$, l'équation n'a aucune solution ;
- Si $k \geq 0$, l'équation a une seule solution réelle : $x = k^2$.

Résoudre les équations : $\sqrt{x} = 9$ $2\sqrt{x} = 6$ $4 - \sqrt{x} = -5$ $\sqrt{x} + 2 = 1$

.....

.....

.....

.....

.....