Vrai/Faux : type Bac — Terminale Spé Maths

28 septembre 2024

Exercice 1

Vrai-Faux

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = (-1)^n$.

— **Proposition 1** : « La suite (u_n) est bornée. »

— **Proposition 2** : « La suite (u_n) converge. »

— **Proposition 3** : « La suite de terme général $\frac{u_n}{n}$ converge. »

— **Proposition 4** : « Toute suite (v_n) à termes strictement positifs et décroissante converge vers 0. »

Corrigé de l'exercice
Vrai-Faux
Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = (-1)^n$.

1. **Proposition 1** : « La suite (u_n) est bornée. » **Vrai**.
   Explication : $\forall n \in N, -1 \leqslant u_n \leqslant 1$. La suite est donc bornée par -1 et 1.
2. **Proposition 2** : « La suite (u_n) converge. » **Faux**.
   Explication : La suite (u_n) ne converge pas, car elle n'a pas de limite finie (elle oscille entre 1 et -1).
3. **Proposition 3** : « La suite de terme général $\frac{u_n}{n}$ converge. » **Vrai**.
   Explication : $\forall n \in \mathbb{N}, \frac{-1}{n} = \frac{(-1)^n}{n} \leqslant \frac{1}{n})$
   Comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-1}{n} = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$, d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$
4. **Proposition 4** : « Toute suite (v_n) à termes strictement positifs et décroissante converge vers 0. » **Faux**.
   Explication : Une suite strictement positive et décroissante n'est pas nécessairement convergente vers 0. Par exemple, $v_n = 1 + \frac{1}{n}$ est strictement positive et décroissante mais converge vers 1.