

Exercice 1

On considère la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$a_{n+1} = \frac{e^n}{e^n + 1} a_n \quad \text{et} \quad a_0 = 1.$$

On peut affirmer que :

- a.** la suite (a_n) est strictement croissante. **b.** la suite (a_n) est strictement décroissante.
c. la suite (a_n) n'est pas monotone. **d.** la suite (a_n) est constante.

Corrigé de l'exercice

Il est facile de démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, a_n > 0$ car $\frac{e^n}{e^n + 1} > 0$ et $a_0 > 0$.

$\forall n \in \mathbb{N}, e^n < e^n + 1$ donc $\frac{e^n}{e^n + 1} < 1$ donc $\frac{e^n}{e^n + 1} a_n < a_n$ donc $a_{n+1} < a_n$. La suite (a_n) est donc strictement décroissante.

Réponse b