

**Exercice 1**

On considère la suite  $(a_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$a_{n+1} = \frac{e^n}{e^n + 1} a_n \quad \text{et} \quad a_0 = 1.$$

On peut affirmer que :

- a.** la suite  $(a_n)$  est strictement croissante.      **b.** la suite  $(a_n)$  est strictement décroissante.  
**c.** la suite  $(a_n)$  n'est pas monotone.      **d.** la suite  $(a_n)$  est constante.

**Corrigé de l'exercice**

Il est facile de démontrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, a_n > 0$  car  $\frac{e^n}{e^n + 1} > 0$  et  $a_0 > 0$ .

$\forall n \in \mathbb{N}, e^n < e^n + 1$  donc  $\frac{e^n}{e^n + 1} < 1$  donc  $\frac{e^n}{e^n + 1} a_n < a_n$  donc  $a_{n+1} < a_n$ . La suite  $(a_n)$  est donc strictement décroissante.

**Réponse b**