

Inéquations et études de signes

22

Analyse

1 Donner le tableau de signe de $ax + b$

Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$, on cherche à connaître le signe d'une expression du type $ax + b$.

Méthode : Première idée : Résolution de l'inéquation.

On résout l'inéquation :

$$\begin{aligned} ax + b &> 0 \\ ax &> -b \end{aligned}$$

Il y a deux cas, selon le signe de a :

si $a > 0$,

$$\text{alors } x > \frac{-b}{a}$$

$$S =] - \frac{b}{a}; +\infty[$$

si $a < 0$,

$$\text{alors } x < \frac{-b}{a}$$

$$S =] - \infty; - \frac{b}{a}[$$

Attention !

Quand on divise les deux membres d'une inégalité par un nombre négatif, le sens de l'inégalité change !!

Déterminer le signe de $2x - 3 > 0$ puis de $-3x + 2$

.....

.....

.....

.....



Correction

Méthode : Deuxième idée : Application du résultat de cours.

Pour trouver directement le signe d'une expression du type $ax + b$, avec a et b non nuls, on peut directement utiliser ce tableau :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Opposé signe de a		Signe de a

Déterminer le signe de $A(x) = 2x + 1$ puis de $B(x) = 4 - 2x$



Correction

Méthode : Pour les experts : Signe d'une fonction affine - Niveau **.

Déterminer le signe de $A(x) = (1 - \sqrt{2})x + \sqrt{3}$



Correction

2 Résoudre une inéquation produit de facteurs du 1er degré

Méthode :

- 1) On étudie séparément le signe de chaque facteur.
- 2) On compile l'ensemble des éléments sur un tableaux de signes, avec une ligne par facteurs.
- 3) En appliquant la règle des signes, on complète une dernière ligne Produit.
- 4) A partir de cette dernière ligne, on résout l'inéquation.

Résoudre dans \mathbb{R} :

$$(4x + 1)(3 - x) \geq 0$$



Correction

3 Résoudre une inéquation se ramenant à un produit de facteurs du 1er degré

Méthode :

Il faut factoriser l'expression pour étudier le signe d'un produit.

$$A(x) = (3x - 1)^2 - (2x + 7)^2$$



Correction

4 Résoudre une inéquation quotient

Méthode : L

a règle des signes étant la même pour les produits et les quotients, on procède de même.

Mais attention !!

Les valeurs qui annulent le dénominateur doivent être exclues des solutions.

Ce sont des valeurs interdites.

On termine comme pour le produit, en n'oubliant pas de placer des doubles barres à la fin, dans le tableau de signes, pour les valeurs interdites.

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{-4x+1}{4+x} \leq 0$



Correction

5 Se ramener à une inéquation quotient pour étudier le signe d'une somme

Méthode :

Soit f définie par :

$$f(x) = \frac{4}{x-1} + \frac{3}{x}$$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- 2) Écrire sous la forme d'une seule fraction puis étudier le signe de la fonction f sur son ensemble de définition.



Correction