Suites numériques

Introduction

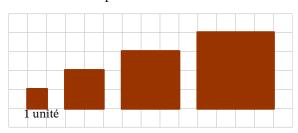
Exercice 1

- 1) On donne cette liste de quatre nombres : 1; 3; 5; 7
 - a) En imaginant que la suite continue, "avec la même logique", quels sont les deux nombres qui suivent cette liste?
 - b) On voudrait calculer le 20 ème nombre de cette liste. Comment faire?
- 2) On donne cette liste de quatre nombres : 1; 2; 4; 8.
 - a) En imaginant que la suite continue, "avec la même logique", quels sont les deux nombres qui suivent cette liste?
 - b) On voudrait calculer le 20 ème nombre de cette liste. Comment faire?

Calculs de termes

Exercice 2

On construit une suite de carrés comme ci-dessous. Le *n*-ième carré a pour côté *n* unités.



Pour tout entier naturel n non nul, on note a_n l'aire du n ième carré et p_n le périmètre du n ième carré.

- 1) Donner a_1 , a_2 , p_1 et p_2 .
- 2) Déterminer les expressions de a_n et p_n en fonction de n

Exercice 3 -

Dans chacun des cas suivants, définir une suite pouvant modéliser la situation donnée.

- 1) Le nombre d'adhérents d'une association qui augmente tous les ans de 50 personnes à partir de 2019, avec 3200 adhérents en 2019.
- 2) Raoul, qui va souvent au cinéma, a pris un abonnement à 50 €, ce qui lui permet d'avoir le prix de la place à 6 €. On veut modéliser le prix payé pour n séances.
- 3) Dans un étang, pendant l'hiver 2018, la population de gardons était estimée à 600 kg. Mais chaque an-

née, la quantité de gardons diminue du quart de sa valeur. Pour compenser cette diminution, on

réintroduit chaque automne 200 kg de gardons.

On veut modéliser la quantité de gardons dans cet

4) Simone place 5 000 € sur un compte rémunéré en

2019. Le taux de rémunération est de 2 % annuel.

On veut modéliser la somme d'argent sur ce

Exercice 4 -

étang.

compte.

- 1) Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n - 1$. Calculer u_{11} .
- 2) Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par u_n $2n^2-4n-6$. Calculer u_5 .



Exercice 5 -

1) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = u_n - 10$. Calculer u_5 .



2) Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = -4$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = -4u_n + 5$. Calculer u_2 .

Exercice 6 -

u définie pour tout entier naturel *n* par :

$$u_n = \sum_{k=0}^{n} 2^k = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n.$$

Calculer u_1, u_2 et u_3 .

Sésamath

Exercice 7

 \boldsymbol{u} est la suite définie pour tout entier naturel \boldsymbol{n} non nul par $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} ... + \frac{1}{2^n}$. Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

Exercice 8

Calculer:

1)
$$\sum_{k=0}^{3} k^2$$

3)
$$\sum_{k=0}^{2} \frac{k}{k+1}$$

2)
$$\sum_{k=0}^{3} (-1)^k$$

3)
$$\sum_{k=0}^{2} \frac{k}{k+1}$$
4)
$$\sum_{k=0}^{2} (2k+1) \times (-1)^{k}$$

Exercice 9

Compléter.

1)
$$3 + 4 + 5 + \dots + 9 = \sum_{k=\dots}^{\dots} \dots$$

2)
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \sum_{k=...}^{...} ...$$

Tableur et suites

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel par :

$$u_0 = 3$$

$$u_{n+1} = 2u_n + 1$$

Avec un tableur on obtient :

	Α	В
1	n	u_n
2	0	3
3	1	

On veut compléter la colonne B par recopie vers le bas. Quelle formule a été saisie dans la cellule B3?

Exercice 11

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel par : $u_n = n^2 - 1.$

Avec un tableur on obtient:

	Α	В
1	n	u_n
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	

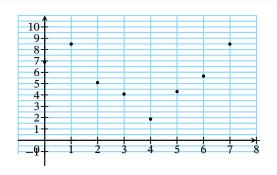
On veut compléter la colonne B par recopie vers le bas. Quelle formule a été saisie dans la cellule B2?

Représentation graphique

Exercice 12

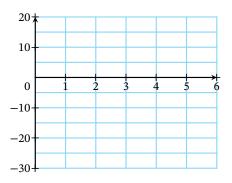
On considère une suite (u_n) dont on donne une représentation graphique des huit premiers termes, et la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = 0, 5n^2 - 2n.$

- 1) Représenter les huit premiers termes de la suite (v_n) sur le graphique.
- 2) A l'aide du graphique, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n > u_n$.



Exercice 13

Représenter la suite u définie par $u_n = -n^2 + 0, 5n + 1$ dans le repère ci-dessous.



Exercice 14

On considère une suite du type $u_{n+1} = f(u_n)$ avec

On a construit ci-dessous la courbe représentative d de f ainsi que la droite d'équation y = x.

Construire u_3 sur l'axe des abscisses.



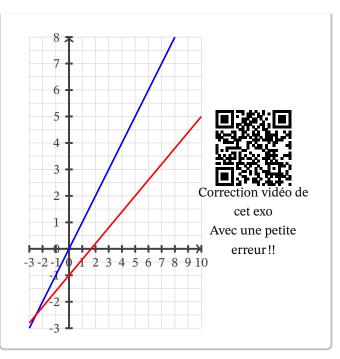
Exercice 15

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel *n* par $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - 1$.

- 1) Quelle est la fonction *f* telle que pour tout entier $n, u_{n+1} = f(u_n)$?
- 2) On a représenté graphiquement la fonction f et la droite d'équation y = x.

Placer sur l'axe des abscisses les nombres u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 .

3) Conjecturer le sens de variation et la limite éventuelle de la suite (u_n) ?



5 Variations de suites

Exercice 16

 (u_n) est une suite définie pour tout entier $n \ge 1$. Étudier son sens de variation.

1) $v_1 = 2$ et pour tout entier n > 1, $v_{n+1} = v_n + 3$.

2) $u_n = 4n + 1$.

Exercice 17

 (u_n) est une suite définie pour tout entier $n \ge 1$. Étudier son sens de variation.

$$1) \ u_n = \frac{n+1}{n}.$$

2)
$$u_n = n^2 - n - 2$$
.

3)
$$u_n = 2^n - 3$$
.

Exercice 18

 (u_n) est une suite définie pour tout entier $n \ge 1$. Étudier son sens de variation.

$$1) \ u_n = 5 \times \frac{2^n}{3^n}.$$

$$2) \ u_n = n \times 2^n.$$

Exercice 19

Étudier le sens de variation de (u_n) définie par (u_n) est la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 3u_n$.

6 Algorithmes

Exercice 20 -

Quelle est la valeur de la *U* en fin de programme?

$$U \leftarrow 2$$
Pour *i* allant de 1 à 3
$$U \leftarrow \frac{3}{2} \times U$$
Fin de Pour

Exercice 21

Quelle est la valeur de la *U* en fin de programme?

$$U \leftarrow -3$$

Pour *i* allant de 1 à 5
 $U \leftarrow \frac{4}{3} \times U$
Fin de Pour

Exercice 22

Quelle est la valeur de la *U* en fin de programme?

$$U \leftarrow 5$$

$$n \leftarrow 0$$
Tant que $U < 100$

$$U \leftarrow 2 \times U$$

$$n \leftarrow n + 1$$
Fin Tant que

Exercice 23 -

Quelles sont les valeurs des variables U et n en fin de programme?

$$U \leftarrow 50000$$

$$p \leftarrow 0$$
Tant que $U \ge 30000$

$$U \leftarrow 0,96 \times U$$

$$p \leftarrow p + 1$$
Fin Tant que

7 Python

Exercice 24

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

Un utilisateur saisit u(4) dans la console. Que vaut le nombre u(4)?

Exercice 25 -

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

```
def u(n):
    u=1/3
    for k in range(n):
        u=1/u-1
    return u
```

Qu'obtient-on lorsqu'on appelle **u(3)** dans la console?

Exercice 26

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

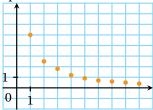
```
def w(n):
    w=5
    for k in range(1,n+1):
        w=w+3*(k-1)
return u
```

Qu'obtient-on lorsqu'on appelle w(4) dans la console?

8 Limites

Exercice 27

Lire graphiquement la limite éventuelle de la suite représentée ci-dessous :



Exercice 28

Lire graphiquement la limite éventuelle de la suite représentée ci-dessous :



Exercice 29

Lire graphiquement la limite éventuelle

150

100

50

0

...5

10

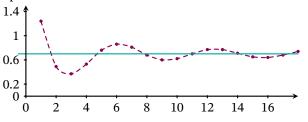
15

20

25

Exercice 30 -

Lire graphiquement la limite éventuelle de la suite représentée ci-dessous :



Exercice 31

Conjecturer la limite de la suite (u_n) définie pour n>1 par $u_n=\frac{3n^2-20n}{n^2+50n}$.

9 Modéliser avec une suite

Exercice 32 -

Une salle de sport compte 500 abonnés en 2019. Chaque année, 80 % des personnes inscrites renouvellent leur abonnement et 20 nouvelles personnes s'abonnent.

On note (u_n) la suite correspondant au nombre d'abonnés en 2019 + n.

- 1) Combien y aura-t-il d'abonnés en 2021?
- 2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
- À l'aide de la calculatrice, déterminer combien il y aura d'abonnés en 2030. On arrondira à l'entier inférieur.
- 4) Si le nombre d'abonnés devient inférieur à 101, la salle de sport décide de fermer.

À l'aide de la calculatrice, déterminer si la salle de sport fermera. Le cas échéant, déterminer en quelle année.

Ed. Magnard

Exercice 33

Une ludothèque possède 100 jeux de société en 2019. Chaque année, elle donne 5 % de ses jeux à une œuvre de charité et décide d'acheter 10 nouveaux jeux.

- 1) Combien aura-t-elle de jeux en 2020?
- On note un le nombre de jeux de société de la ludothèque en 2019 + n.

Donner l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .

Ed. Magnard =

(Correction)

Corrigé de l'exercice 2

- 1) Donner $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $p_1 = 4$ et $p_2 = 8$.
- 2) $a_n = n^2 \text{ et } p_n = 4n$

Corrigé de l'exercice 3

contenu...

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé en ligne.

Corrigé de l'exercice 5

Corrigé en ligne.

Corrigé de l'exercice 6

$$u_1 = 3$$
, $u_2 = 7$, $u_3 = 15$.

Corrigé de l'exercice 7

$$u_1 = \frac{3}{2}, u_2 = \frac{7}{4}, u_3 = \frac{15}{8}$$
 et $u_4 = \frac{31}{16}$.
Corrigé de l'exercice 8



$$3) \sum_{k=0}^{2} \frac{k}{k+1} = \frac{7}{6}$$

2)
$$\sum_{k=0}^{3} (-1)^k = 0$$

4)
$$\sum_{k=0}^{2} (2k+1) \times (-1)^k = 3$$

Corrigé de l'exercice 9

1)
$$\sum_{k=3}^{9} k$$

2)
$$\sum_{k=0}^{4} \frac{1}{2^k}$$

Corrigé de l'exercice 10

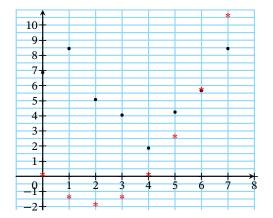
En B3:=2*B2+1

Corrigé de l'exercice 11

En B2:= $B2^2-1$

Corrigé de l'exercice 12

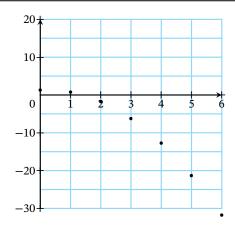
1) Nuage de points :



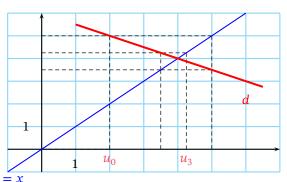
2)
$$n > 6$$

Corrigé de l'exercice 13

Nuage de points:



Corrigé de l'exercice 14



Corrigé de l'exercice 15

Corrigé de l'exercice 16

Corrigé de l'exercice 17

Corrigé de l'exercice 18

Corrigé de l'exercice 19

Corrigé de l'exercice 20

Corrigé de l'exercice 21

Corrigé de l'exercice 22

Corrigé de l'exercice 23

Corrigé de l'exercice 24

31

Corrigé de l'exercice 25

Corrigé de l'exercice 26

Corrigé de l'exercice 27

l = 0

Corrigé de l'exercice 28

Divergente, pas de limite.

Corrigé de l'exercice 29

 $l = +\infty$

Corrigé de l'exercice 30

l = 0, 7

Corrigé de l'exercice 31

l = 3

Corrigé de l'exercice 32

et la salle de sport devra fermer.

1) 420

2)
$$u_{(n+1} = 0, 8u_n + 20$$

3) 134

4) En 2046, le nombre d'abonnés deviendra inférieur à 101 $\,$ 2) $\,u_{(n+1}=0,95u_n+10\,$

Corrigé de l'exercice 33

1) 105 jeux.