

Variations de fonctions

14

ANALYSE
FONCTIONS

1 Introduction

2 Sens de variation d'une fonction



Vidéo de cours

Définition : Fonction croissante sur un intervalle :

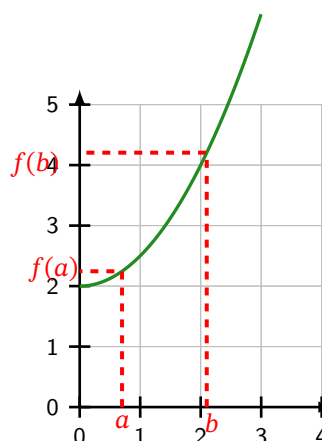
On considère une fonction f définie sur un intervalle D .

On dit que f est **croissante** sur D , si :

Pour tous réels a et b de D vérifiant $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$

Propriété : A retenir!!

Quand une fonction est **croissante** sur un intervalle, les **antécédents** et les **images** sont rangés dans le même ordre.



Vidéo de cours

Méthode : Démontrer qu'une fonction est croissante sur un intervalle. Niveau *

Soit f la fonction définie sur $[2; 8]$ par $f(x) = 3x - 1$.

Démontrer que f est croissante sur $[2; 8]$.

.....

.....

.....



Correction pdf

Définition : Fonction décroissante sur un intervalle :

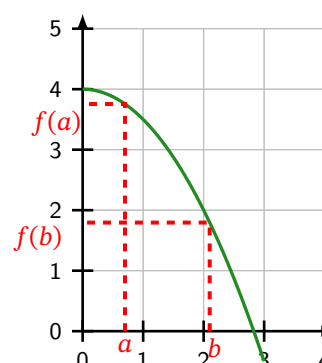
On considère une fonction f définie sur un intervalle D .

On dit que f est **décroissante** sur D , si :

Pour tous réels a et b de D vérifiant $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$

Propriété : A retenir!!

Quand une fonction est **décroissante** sur un intervalle, les **antécédents** et les **images** sont rangés dans l'ordre **inverse**.



Méthode : Démontrer qu'une fonction est décroissante sur un intervalle. Niveau *

Soit f la fonction définie sur $[2; 8]$ par $f(x) = -2x + 1$.

Démontrer que f est décroissante sur $[2; 8]$.



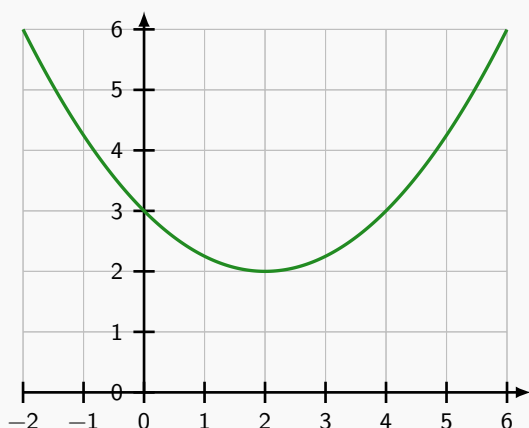
Correction pdf

Définition : Fonction monotone sur un intervalle

On dit qu'une fonction f est monotone sur un intervalle I si elle est soit strictement croissante sur I , soit strictement décroissante sur I .

Autrement dit, une fonction monotone sur un intervalle ne change pas de variations sur cet intervalle.

Exemple :



La fonction f représentée est :

- monotone sur $[-2; 2]$ puisqu'elle est strictement décroissante.
- monotone sur $[2; 6]$ puisqu'elle est strictement croissante.
- mais n'est pas monotone sur $[-2; 6]$ puisqu'elle change de variations.

S'évaluer



QCM n°1 Note :

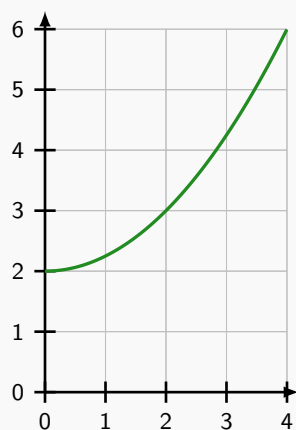
3 Tableau de variations :



Vidéo de cours

Exemple : Première situation :

L'idée est de représenter rapidement dans un tableau, les évolutions des fonctions que l'on étudie, pour visualiser rapidement les intervalles où elle est croissante ou décroissante.

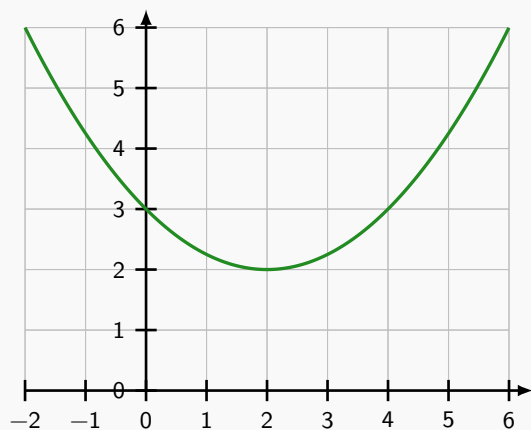


La fonction f est croissante sur $[0; 4]$.

On peut résumer ces informations dans un tableau :

x	0	4
$f(x)$	2	6

Exemple : Deuxième situation :



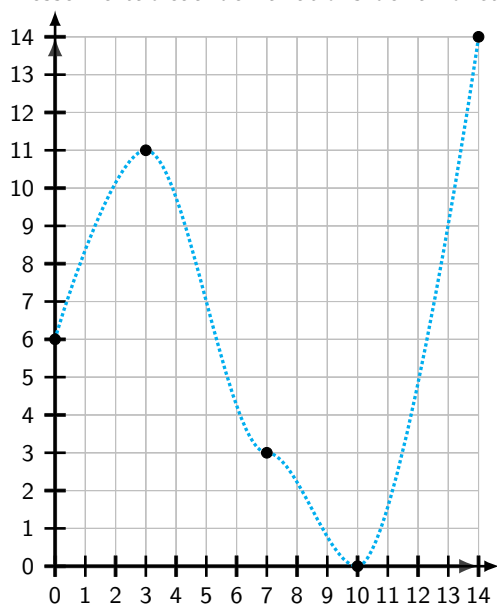
La fonction f est décroissante sur $[-2; 2]$ et croissante sur $[2; 6]$.

On peut résumer ces informations dans un tableau :

x	-2	2	6
$f(x)$	6	2	6

Méthode : Etablir un tableau de variations à partir d'une représentation graphique de fonction. Niveau *

Dresser le tableau de variations de la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.

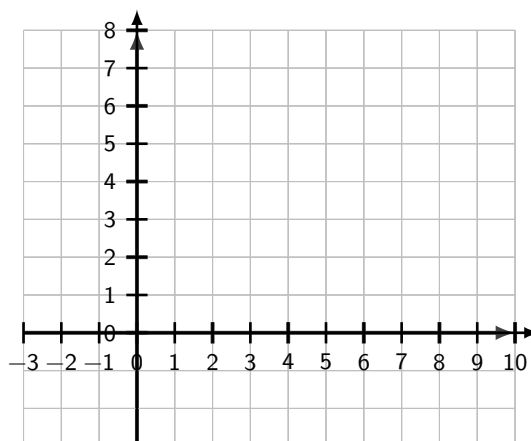


x	0	16
$f(x)$		

Méthode : Construire l'allure d'une courbe à partir d'un tableau de variations. Niveau *

Représenter une courbe correspondant à ce tableau de variations :

x	-3	-1	3	5	10
$f(x)$	3	7	-2	1	-3



Définition : Maximum d'une fonction :

Le **Maximum** d'une fonction f sur un intervalle I est, s'il existe, la plus grande valeur des images $f(x)$ pour tout réel x appartenant à I .

x	a	α	b
$f(x)$		β	

- β est un **maximum** pour la fonction sur l'intervalle $[a, b]$.
- Il est atteint en α .



Vidéo de cours

Définition : Minimum d'une fonction :

Le **minimum** d'une fonction f sur un intervalle I est, s'il existe, la plus petite valeur des images $f(x)$ pour tout réel x appartenant à I .

x	a	α	b
$f(x)$		β	

- β est un **minimum** pour la fonction sur l'intervalle $[a, b]$.
- Il est atteint en α .

S'évaluer



QCM n°2 Note :

4 Applications du cours :

Méthode : Comparer les images de deux nombres d'un intervalle, lorsque le sens de variation est donné. Niveau **

La fonction f est décroissante sur $] -\infty; -1]$ et sur $[3; +\infty[$ et croissante sur $[-1; 3]$.

On sait d'autre part que $f(-4) = f(3)$ et $f(5) = f(-1)$.

1) Peut-on comparer

- a) $f(4)$ et $f(-4)$?
- b) $f(-3)$ et $f(-1)$?
- c) $f(4)$ et $f(2)$?
- d) $f(-4)$ et $f(5)$?

2) Pour $x \in [-1; 7]$, comparer $f(x)$ et $f(3)$

3) Pour $x \in] -\infty; 5]$, comparer $f(x)$ et $f(-1)$



Correction 1ère partie



Correction 2ème partie

Méthode : Interpréter les informations données par un tableau de variations ou une courbe. Niveau **

Le tableau de variations ci-dessous, donne les variations d'une fonction f sur $[-3; 4]$.

x	-3	-2	1	4
$f(x)$	5	↘ ↗		
		0		
			2	-1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse, ou bien si les renseignements sont insuffisants pour conclure.

- 1) a) Le point $A(1; 2)$ appartient à la courbe représentative de f .
b) Le point $B(2; 1)$ appartient à la courbe représentative de f .
- 2) a) $f(-2, 5) > 0$
b) $f(3) > 0$
- 3) f est positive ou nulle sur $[-3; 1]$.
- 4) f est strictement croissante sur $[0; 2]$.
- 5) La courbe de f et l'axe des abscisses ont deux points communs.
- 6) Si $x \in] -3; 1[$, alors $f(x) \in [0; 5[$.



Correction 1ère partie



Correction 2ème partie