

Valeur absolue

(Manipuler les nombres réels)

I. Valeur absolue d'un nombre réel

1. Point de vue géométrique

Définition :

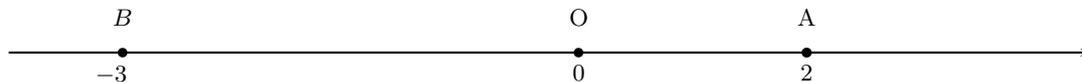
Niveau *

Soit M , un point d'abscisse x , sur une droite graduée munie d'une origine O et d'une graduation. La valeur absolue de x , notée $|x|$ est le nombre égal à la distance OM .

Exemple :

Niveau *

On considère la droite graduée ci-dessous, d'origine O et dotée des points A et B , d'abscisse respective 2 et -3 .



Par application de la définition, $OA = |2|$ et $OB = |-3|$

Comme on sait que $OA = 2$ et $OB = 3$, on en déduit que : $|2| = 2$ et $|-3| = 3$

Propriété :

Niveau *

Comme une distance est positive,

- Si l'abscisse est positive, la valeur absolue de l'abscisse est égale à l'abscisse.
- Si l'abscisse est négative, la valeur absolue de l'abscisse est égale à l'opposé de l'abscisse.

2. Point de vue algébrique

Définition :

Niveau *

On appelle valeur absolue d'un réel x , le nombre noté $|x|$ tel que :

- Si $x \geq 0$ alors $|x| = x$
- Si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$

Méthode n°1 : Savoir calculer les valeurs absolues élémentaires :

Niveau *

Stratégie :

Étudier le signe du nombre dont on cherche la valeur absolue .

Énoncé :

Calculer :

- $A = |4|$
- $B = |-3|$
- $C = |1 - \sqrt{3}|$
- $D = |x - 2|$.

Correction :



Propriétés : Niveau *

- $|0| = 0$,
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $|x| \geq 0$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{x^2} = |x|$

Application : Niveau *

$$\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$$

II. Distance entre deux nombres**1. Propriété (admise)****Propriété : Niveau ***

La distance d entre deux nombres a et b est égale à $|a - b|$

Méthode n°2 : Calculer des distances élémentaires : Niveau ***Stratégie :**

Il suffit de calculer la valeur absolue de la différence des abscisses.

Énoncé :

- Calculer la distance entre 3 et 1.
- Vérifier qu'elle est égale à la distance entre 1 et 3
- Calculer la distance entre -4 et -1

Correction :

Correction pdf

Méthode n°3 : Résoudre géométriquement des équations : Niveau ****Stratégie :**

Il faut interpréter géométriquement la solution sur une droite graduée.

Énoncé :

Résoudre dans \mathbb{R} , $|x - 1| = 2$.

Correction :

Correction pdf

Exercice fondamental !!

Ce type d'exercice est un des attendus dans une évaluation.

Méthode n°4 : Résoudre géométriquement des inéquations :

Niveau **

Stratégie :

Il faut interpréter géométriquement la solution sur une droite graduée.

Énoncé :Résoudre dans \mathbb{R} , $|x + 1| \leq 3$.**Correction :**

Correction pdf

III. Résolution algébrique d'équations :**Propriété : Niveau *****Soit $a \in \mathbb{R}_+$, X une expression algébrique.Les solutions de l'équation $|X| = a$, est la réunion des solutions des deux équations :

$$X = a \quad \text{et} \quad X = -a$$

Méthode n°5 : Résoudre géométriquement des inéquations :

Niveau ***

Stratégie :

Il faut interpréter géométriquement la solution sur une droite graduée.

Énoncé :Résoudre dans \mathbb{R} , $|2x - 1| = 3$ **Correction :**

Correction pdf