Plan de travail

Signe d'un trinôme du second degré.

4 ALGEBRE

Ce plan de travail appartient à : ....

Parcours 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Parcours 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Exercice 1

Factoriser, si cela est possible, chaque polynôme suivant P défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par :

1) $P(x) = -4x^2 + 28x - 40$

2) $P(x) = -2x^2 - 8x - 12$

MathALÉA

Exercice 2

Sans calcul, dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1) $f(x) = 2(x+2)(x-3)$

2) $g(x) = -2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2$

3) $h(x) = x^2 + 5$

Exercice 3

Dresser le tableau de signes de chaque fonction définie ci-dessous.

1) $f(x) = 2x^2 - 4x - 16$

2) $g(x) = 9x^2 + 24x + 16$

3) $h(x) = 2x^2 - 5x + 6$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

1) $-x^2 - 4x + 5 \leqslant 0$

2) $-x^2 - 6x - 8 > 0$

MathALÉA

Exercice 5

Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes.

1) $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x - 5}{(x-1)^2}$ 2) $g(x) = \dfrac{3x^2 + 9x + 6}{(x+3)^2}$

Sesamath

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $\dfrac{3x^2 - 4x + 7}{2x + 1} \geqslant 0$ 2) $\dfrac{5 - x}{-25x^2 + 10x - 1} < 0$

Sesamath

Exercice 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\frac{2 - x}{-x^2 + 2x + 3} \leqslant 0$$

jaicompris.com

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$9x \geqslant x^3$$

jaicompris.com

Exercice 9

Démontrer que pour tout x strictement positif,

$$x + \frac{1}{x} \geqslant 2$$

jaicompris.com

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{4x - 20}{-x^2 + x + 2} \leqslant 2$$

jaicompris.com

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$x^3 + 1 \leqslant (x+1)^2$$

jaicompris.com

(Correction)

Corrigé de l'exercice 1

1) On a P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -4x^2 + 28x - 40$
On reconnaît un polynôme du second degré. On cherche ses éventuelles racines en calculant son discriminant.
$\Delta = 28^2 - 4 \times (-4) \times (-40) = 144$
$\Delta > 0$ donc $P(x)$ admet deux racines :
$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_1 = \dfrac{-28 - \sqrt{144}}{-8} = 2$
$x_2 = \dfrac{-28 + \sqrt{144}}{-8} = 5$
On peut donc factoriser le polynôme sous la forme : $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
$P(x) = -4\,(x - 2)\,(x - 5)$.

2) On a P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -2x^2 - 8x - 12$
On reconnaît un polynôme du second degré. On cherche ses éventuelles racines en calculant son discriminant.
$\Delta < 0$ donc le polynôme n'admet pas de racines réelles.
D'après le cours, il n'est pas factorisable.

Corrigé de l'exercice 2

1)

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2)

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$-$	

3)

x	$-\infty$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	

Corrigé de l'exercice 3

On reconnaît des polynômes de degré 2.
On calcule le discriminant, qui donne 2 racines quand il est positif.
Le polynôme est du signe de a à l'extérieur des racines.

1)

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2)

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$+$	

3)

x	$-\infty$		$+\infty$
$h(x)$		$+$	

Corrigé de l'exercice 4

1) Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -x^2 - 4x + 5$.
On cherche à résoudre $P(x) \leq 0$.
Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.
$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 36$
$\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
$x_1 = \dfrac{4 - \sqrt{36}}{-2} = -5$
$x_2 = \dfrac{4 + \sqrt{36}}{-2} = 1$
On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.
Comme $a = -1 < 0$:
On peut résumer le signe du polynôme dans un tableau de signes :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$-x^2 - 4x + 5$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Finalement $S =]-\infty; -5] \cup [1; +\infty[$.

2) Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -x^2 - 6x - 8$.
On cherche à résoudre $P(x) > 0$.
Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.
$\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = 4$
$\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines : $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
$x_1 = \dfrac{6 - \sqrt{4}}{-2} = -4$
$x_2 = \dfrac{6 + \sqrt{4}}{-2} = -2$
On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.
Comme $a = -1 < 0$
on en déduit le signe du polynôme dans un tableau de signes :

x	$-\infty$		-4		-2		$+\infty$
$-x^2 - 6x - 8$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Finalement $S =]-4; -2[$.

Corrigé de l'exercice 5

1)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	$\|$	$-$	

2)

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$g(x)$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 6

1) $S = \left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

2) $S =]-\infty;0,2[\cup]0,2;5[$

Corrigé de l'exercice 7

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 8

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 9

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 10

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 11

Correction en ligne