Plan de travail

Arithmétique

(Manipuler les nombres réels)

Thème
Nombres et calculs.

Ce plan de travail appartient à : ....

Parcours 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

Parcours 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

Parcours 3

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

Multiples et diviseurs

Exercice 1

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse.

1) 5 est un diviseur du nombre 1875.
2) 1149 est divisible par 2.
3) 4881 est un multiple de 5.

MathALÉA

Exercice 2

Vrai ou Faux

1) 3 est un diviseur de 111111.
2) Plus un nombre est grand, plus il a de diviseurs.
3) 9891 est divisible par 9.
4) La somme de deux multiples de 5 est toujours un multiple de 5.

Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, dire si les affirmations sont vraies ou fausses :

- 3 est un diviseur de 321.
- 9 ne divise pas 1116.
- -3500 n'est pas un multiple de 4.
- 25010 n'est pas divisible par 5.
- 0 est un multiple de 7.

jaicompris.com

Exercice 4

Déterminer la liste des diviseurs positifs de 60.

jaicompris.com

Exercice 5

Dans chacun des cas suivants, déterminer les chiffres a et b :

- $23a4$ est divisible par 9.
- $23a4$ est divisible par 3 mais pas par 9
- $23a5b$ est divisible par 3 et par 5.

jaicompris.com

Nombres premiers

Exercice 6

Cocher la case qui convient en justifiant :

1) 39 est un nombre premier. Vrai ☐ Faux ☐
2) Le produit de deux nombres premiers est un nombre premier Vrai ☐ Faux ☐

Exercice 7

101 est-il un nombre premier ?

jaicompris.com

Exercice 8

199 est-il un nombre premier ?

jaicompris.com

Décomposition en produit de facteurs premiers

Exercice 9

Écrire les nombres suivants sous la forme d'un produit de facteurs premiers rangés dans l'ordre croissant.
$46800 \quad ; \quad 2457$

MathALÉA

Exercice 10

Décomposer 300 en produit de facteurs premiers.
En déduire les diviseurs positifs de 300.

jaicompris.com

Exercice 11

Simplifier $\dfrac{68}{170}$ à l'aide de la décomposition en produit de facteurs premiers.

jaicompris.com

Problèmes

Exercice 12

« Le nombre caché :

- Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400.
- Je suis pair.
- Je suis divisible par 11.
- J'ai aussi 3 et 5 comme diviseur.

Qui suis-je ? ».
Déterminer ce nombre en expliquant.

DNB

Exercice 13

Un phare émet trois signaux différents, le premier toutes les 16 secondes, le second toutes les 45 secondes, le troisième toutes les 2 minutes 30 secondes. Ces trois signaux sont émis simultanément à minuit.

1) À quels intervalles de temps sont émis simultanément deux de ces signaux (premier et deuxième, ou premier et troisième, ou deuxième et troisième) ?
2) À quels intervalles de temps les trois signaux sont-ils émis simultanément ?

Syracuse

Nombres pairs et impairs

Exercice 14

Soit n un entier naturel.
Que peut-on dire de la parité de

1) $5n+3$?
2) $4n$?
3) $2n^2$?

MathALÉA

Exercice 15

Montrer que la somme de deux multiples de 7 est un multiple de 7.

Exercice 16

Montrer que le carré d'un entier pair est pair.

Exercice 17

Montrer que le produit de deux entiers impairs est impair.

Exercice 18

Démontrer la proposition suivante :
Pour tout entier naturel n : $\dfrac{n(n+1)}{2}$ est un entier naturel.
On pourra raisonner par disjonction de cas.

Exercice 19

Démontrer que :

- la somme de deux entiers pairs est paire.
- la somme d'un entier pair et impair est impaire.
- la somme de deux entiers impairs est paire.

jaicompris.com

Exercice 20

Les nombres premiers de Sophie Germain sont les nombres premiers n tels que $2n+1$ soit aussi un nombre premier.
Trouver les 7 nombres premiers de Sophie Germain inférieurs à 50 .

Sesamath

Exercice 21

Montrer que si n est un entier pair alors l'entier

$$A = n^2(n+20)$$

est un multiple de 8.

Sesamath

Exercice 22

Montrer que le reste de la division euclidienne par 8 du carré de tout nombre impair est 1.

Sesamath

(Correction)

Corrigé de l'exercice 1

1) 5 est un diviseur de 1 875 : Vrai, car son chiffre des unités est 0, ou 5.

2) 1 149 est divisible par 2 : Faux, car son chiffre des unités n'est pas 0, 2, 4, 6 ou 8.

3) 4 881 est un multiple de 5 : Faux, car son chiffre des unités n'est pas 0, ou 5.

Corrigé de l'exercice 2

Vrai ou Faux

1) Vrai

2) Faux

3) Vrai

4) Vrai

Corrigé de l'exercice 3

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 4

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 5

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 6

Vrai ou Faux ? Cocher la case qui convient :

1) Faux

2) Faux

Corrigé de l'exercice 7

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 8

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 9

1) $46\,800 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 13$

2) $2\,457 = 3^3 \times 7 \times 13$

Corrigé de l'exercice 10

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 11

Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 12

Il s'agit du nombre 330.

Corrigé de l'exercice 13

1) 720 secondes pour retrouver simultanément le 1er et le 2^{e} signal.
   450 secondes pour retrouver simultanément le 2^{e} et le 3^{e} signal.
   1 200 secondes pour retrouver simultanément le 1er et le 3^{e} signal.

2) Les trois signaux sont émis simultanément toutes les heures.

Corrigé de l'exercice 14

1) $5n + 3 = 2 \times 2n + n + 3$
   Comme $2n$ est un entier naturel, $2 \times 2n$ est donc un nombre pair
   3 est un nombre impair.
   $2 \times 2n + 3$ est une somme d'un nombre pair et d'un nombre impair, c'est donc un nombre impair.
   $5n + 3 = 2 \times 2n + 3 + n$ est donc la somme d'un nombre impair et de n, il a donc la parité contraire de n.

2) $4n = 2 \times 2n$

Comme $2n$ est un entier naturel, $4n$ s'écrit comme le double d'un entier naturel, il est donc pair

3) Comme n^2 est un entier naturel, $2n^2$ est un nombre pair

Corrigé de l'exercice 15
Soient n et n' les deux multiples de 7.
Traduire par une égalité que n est un multiple de 7. Faire de même pour n'.
Écrire la somme de ces deux multiples sous une certaine forme pour obtenir le résultat.

Corrigé de l'exercice 16
p est un entier pair, donc il existe un entier naturel n tel $n = 2 \times p$.
On a donc $n^2 = (2 \times p)^2 = 4 \times p^2 = 2 \times (2p^2)$.
n^2 s'écrit donc de la forme $n^2 = 2 \times k$ avec $k = 2p^2 \in \mathbb{N}$.
n^2 est donc pair.

Corrigé de l'exercice 17
En notant n et n' les deux entiers impairs, il existe p et p' entiers naturels tels que $n = 2 \times p + 1$ et $n' = 2 \times p' + 1$.
On fait le produit et hop!

Corrigé de l'exercice 18
Étudier les deux cas : n est un entier pair et n est un entier impair.

Corrigé de l'exercice 19
Correction en ligne

Corrigé de l'exercice 20
Les 7 nombres de Sophie Cermain inférieurs à 50 sont 2; 3; 5; 11; 23; 29 et 41.

Corrigé de l'exercice 21
n est pair donc il existe un entier relatif k tel que $n = 2k$ et A peut s'écrire $\mathrm{A} = (2k)^2(2k+20) = 4k^2(2(k+10)) = 8k^2(k+10)$.
Donc A est un multiple de 8 .

Corrigé de l'exercice 22
Soit n un nombre impair. On peut écrire $n = 2k + 1$ et donc

$$(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1$$

Deux cas sont possibles : - si k est pair alors k est divisible par 2, donc $4k$ est divisible par 8 et donc $4k(k+1)$ est également divisible par 8. - si k est impair alors $(k+1)$ est pair et donc divisible par 2 et donc $4(k+1)$ est divisible par 8 et $4k(k+1)$ est également divisible par 8 . Dans les deux cas le reste de la division euclidienne de $(2k+1)^2$ par 8 est égal à 1.