Parcours d'exercices

Dérivation (1)

5

ANALYSE

Ce parcours d'exercices appartient à : ....

Parcours 1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Parcours 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

1 Taux de variation

Exercice 1

1) On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2(x-3)^2+1$.
On note A le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 2 et B le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse -1.
Calculer l'équation de la droite (AB).

2) On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{-3x+1}{x^2}$.
On note A le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 2 et B le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse -1.
Calculer l'équation de la droite (AB).

Exercice 2

1) On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2-4$.
Déterminer le taux de variation de f entre les valeurs -1 et 2.

2) On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x+3}$.
Déterminer le taux d'accroissement de f, entre -1 et $-1+h$.

Exercice 3

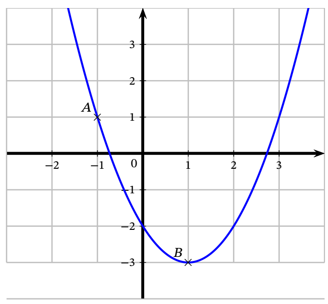
Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $h(x) = \dfrac{1}{x}$.

1) Calculer $\dfrac{h(5)-h(3)}{2}$. Interpréter ce résultat.

2) Soit h un réel non nul et a tel que $a+h>0$.
Calculer le taux d'accroissement de h entre a et $a+h$.

Exercice 4

La courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ passe par les points A et B. Quel est le taux de variation de f entre -1 et 1 ?



Ed. Magnard

2 Nombre dérivé

Exercice 5

1) On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2-2x+1$.
On note A le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 2 et M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $2+h$, où h est un réel strictement positif.
   a) Déterminer le taux de variation de f entre les valeurs 2 et $2+h$.
   b) Que devient h quand le point M se rapproche du point A ?
   c) Conjecturer la valeur "limite" du taux de variation quand M se rapproche infiniment de A sans jamais l'atteindre.
   d) Comment appelle-t-on la droite (AM) dans ce cas limite ?

Exercice 6

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2-4x+5$.
   a) Établir que pour tout réel $h \neq 0$,
$$\frac{g(3+h)-g(3)}{h} = h+2$$
   b) En déduire que g est dérivable en 3 et préciser

la valeur du nombre dérivé de g en 3.

Exercice 7

Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
Déterminer la valeur de $f'(3)$, en utilisant la définition de cours.

MathALÉA

Exercice 8

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 5$.
   Montrer que f est dérivable en 2 puis préciser $f'(2)$.
   De même calculer $f'(5)$.

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x + 1$.
   Montrer que g est dérivable en -3 puis préciser $g'(-3)$.
   De même calculer $g'(3)$.

3) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = mx + p$ avec m et p deux réels quelconques.
   Soit a un réel quelconque, montrer que h est dérivable en a puis préciser $h'(a)$.

Exercice 9

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x}.$$

1) Vérifier que pour tout h tel que $h \neq 0$ et $1 + h > 0$:

$$f(1+h) = \frac{2h + h^2}{1 + h}.$$

2) En déduire que f est dérivable en 1 et calculer $f'(1)$.

Exercice 10

Montrer que la fonction u définie par :
$u(x) = \sqrt{x - 1}$ n'est pas dérivable en $a = 1$.

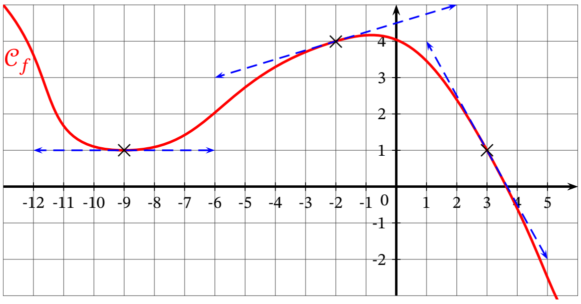
Exercice 11

Montrer que la fonction f définie par $f(x) = x^3$ est dérivable en $a = 4$. Donner $f'(4)$.

3 Lecture graphique

Exercice 12

On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction définie f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à cette courbe en certains points.



1) Donner par lecture graphique $f(3)$, $f(-2)$ et $f(-9)$.

2) Donner par lecture graphique $f'(3)$, $f'(-2)$ et $f'(-9)$.

3) Donner les équations des tangentes correspondantes.

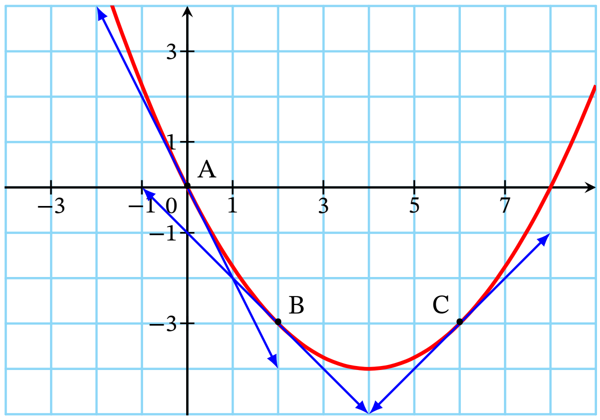
Exercice 13

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.

1) Par lecture graphique, donner les nombres $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(6)$.

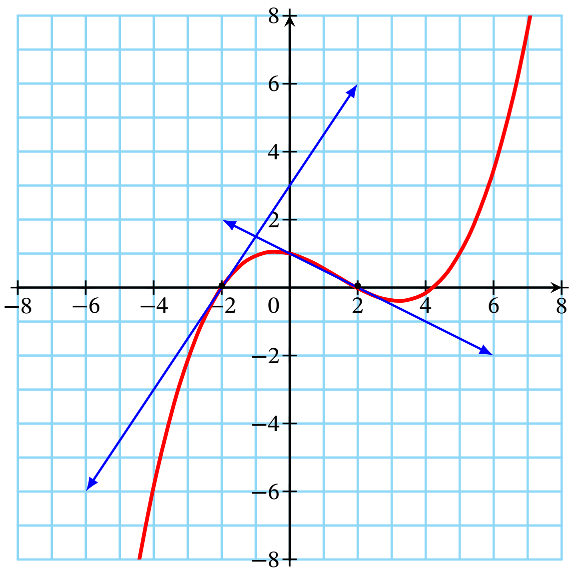
2) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ aux points A, B et C.

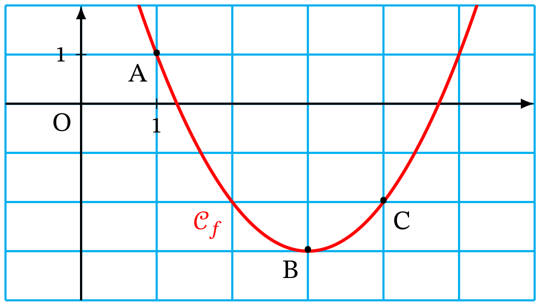
3) Il existe un nombre x_0 tel que $f'(x_0) = 0$. Quel est ce nombre ?



Exercice 14

La courbe ci-dessous représente une fonction f.
Donner les nombres dérivés $f'(-2)$ et $f'(2)$.

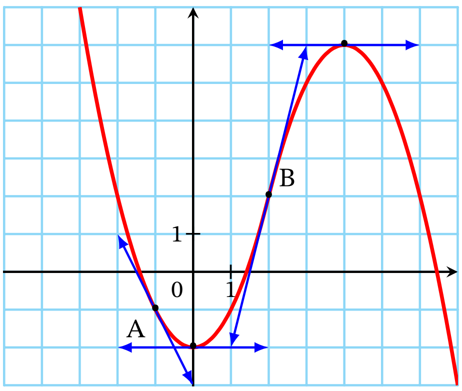




Exercice 15

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.

1) Par lecture graphique, donner les nombres $f'(0)$ et $f'(4)$.
2) a) Par lecture graphique, déterminer les nombres $f'(-1)$ et $f'(2)$.
   b) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A et celle au point B.
3) On sait que $f'(3) = 2$.
   Tracer la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3.



Exercice 16

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
f est dérivable en 1, en 3 et en 4 et telle que :

$$f'(1) = -4 \quad ; \quad f'(3) = 0 \quad ; \quad f'(4) = 2$$

Construire les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points A, B et C et donner les équations réduites de chacune d'elles.

4 Équation de tangente

Exercice 17

Soit f une fonction dérivable sur $[-5;5]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
On sait que $f(2) = -3$ et que $f'(2) = -4$.
Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2, en utilisant la formule de cours de l'équation de tangente.

MathALÉA

Exercice 18

Soit une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g(4) = -1$ et $g'(4) = 2$.
Soit $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 4.

Ed. Magnard

Exercice 19

Soit une fonction h définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $h(-3) = 7$ et $h'(-3) = -4$. Soit $\mathcal{C}_h$ sa courbe représentative.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse -3.

Ed. Magnard

Exercice 20

Soit une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $u'(2) = 17$. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_u$ passe par le point $A(2\,;\,7)$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_u$ au point d'abscisse -3.

(Correction)

Corrigé de l'exercice 1

1) a) Pour montrer que f est dérivable en 3, montrer que la limite lorsque h tend vers 0 du taux d'accroissement $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$ (faites des calculs séparés si besoin) est un réel.
On trouve $f'(3)=6$.
   b) $f'(-2)=-4$.
   c) $f'(a)=2a$.
2) a) Le résultat est donné. Soyez prudent ...
   b) Le quotient calculé est le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
On calcule sa limite lorsque h tend vers 0, on trouve 2. Donc $g'(3)=2$.

Corrigé de l'exercice 2

1) a) Pour montrer que f est dérivable en 3, montrer que la limite lorsque h tend vers 0 du taux d'accroissement $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$ (faites des calculs séparés si besoin) est un réel.
On trouve $f'(3)=6$.
   b) $f'(-2)=-4$.
   c) $f'(a)=2a$.
2) a) Le résultat est donné. Soyez prudent ...
   b) Le quotient calculé est le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
On calcule sa limite lorsque h tend vers 0, on trouve 2. Donc $g'(3)=2$.

Corrigé de l'exercice 3

1) $-\dfrac{1}{15}$
2) $-\dfrac{1}{a(a+h)}$

Corrigé de l'exercice 4

-2

Corrigé de l'exercice 5

1) a) Pour montrer que f est dérivable en 3, montrer que la limite lorsque h tend vers 0 du taux d'accroissement $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$ (faites des calculs séparés si besoin) est un réel.
On trouve $f'(3)=6$.
   b) $f'(-2)=-4$.
   c) $f'(a)=2a$.
2) a) Le résultat est donné. Soyez prudent ...
   b) Le quotient calculé est le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
On calcule sa limite lorsque h tend vers 0, on trouve 2. Donc $g'(3)=2$.

Corrigé de l'exercice 6

1) a) Pour montrer que f est dérivable en 3, montrer que la limite lorsque h tend vers 0 du taux d'accroissement $\dfrac{f(3+h)-f(3)}{h}$ (faites des calculs séparés si besoin) est un réel.
On trouve $f'(3)=6$.
   b) $f'(-2)=-4$.
   c) $f'(a)=2a$.
2) a) Le résultat est donné. Soyez prudent ...
   b) Le quotient calculé est le taux d'accroissement de f entre a et $a+h$.
On calcule sa limite lorsque h tend vers 0, on trouve 2. Donc $g'(3)=2$.

Corrigé de l'exercice 7

Corrigé en ligne.

Corrigé de l'exercice 8

1) $f'(2)=f'(5)=1$
2) $g'(-3)=g(3)=3$
3) $h'(a)=m$

Corrigé de l'exercice 9

1) Le résultat est donné.
2) $f'(1)=0$

Corrigé de l'exercice 10

Calculez la limite du taux d'accroissement $t(h)$ de u entre 1 et $1+h$.
On trouve $+\infty$.

Corrigé de l'exercice 11

$f'(4)=48$

Corrigé de l'exercice 12

1) $f(3)=1$, $f(-2)=4$ et $f(-9)=1$.
2) $f'(3)=-\dfrac{3}{2}$, $f'(-2)=\dfrac{1}{3}$ et $f'(-9)=0$.
3) $T_{-9}\ :\ y=1$, $T_{-2}\ :\ y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{9}{2}$ et $T_3\ :\ y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{11}{2}$.

Corrigé de l'exercice 13

1) $f'(0)=-2$, $f'(2)=-1$ et $f'(6)=1$
2) $T_A\ :\ y=-2x$, $T_B\ :\ y=-x-1$ et $T_C\ :\ y=x-9$.
3) $x_0=4$

Corrigé de l'exercice 14

$f'(-2)=\dfrac{3}{2}$ et $f(2)=-\dfrac{1}{2}$.

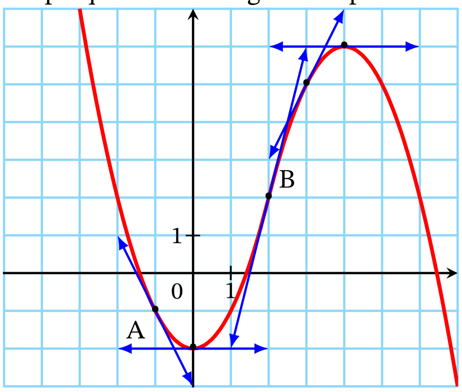
Corrigé de l'exercice 15

1) $f'(0) = 0$ et $f'(4) = 0$.

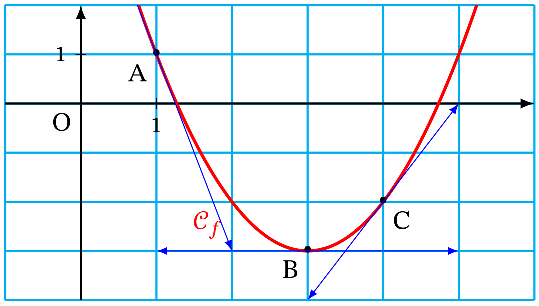
2) a) $f'(-1) = -2$ et $f'(2) = 4$.

   b) En A : $y = -2x - 3$ et en B : $y = 4x - 6$.

3) Graphique avec la tangente au point d'abscisse 3.



Corrigé de l'exercice 16



Corrigé de l'exercice 17

Corrigé en ligne.

Corrigé de l'exercice 18

$y = 2x{-}7$

Corrigé de l'exercice 19

$y = -4x - 5$

Corrigé de l'exercice 20

$y = 2x + 3$