

(Correction)

Corrigé de l'exercice 1

Il suffit de développer !!

Corrigé de l'exercice 2

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$f(x) = x^2 + 6x + 4 = \underline{x^2 + 6x + 9} - 5 = (x + 3)^2 - 5$$

$$\beta = -5$$

Corrigé de l'exercice 3

$$f(x) = (x - 5)^2 - 16$$

$$\alpha = 5 \text{ (Attention au signe!!) et } \beta = -16.$$

Corrigé de l'exercice 4

$$f(x) = (x + 4)^2 + 4$$

$$\alpha = -4 \text{ (Attention au signe!! } x + 4 = x - (-4)) \text{ et } \beta = 4.$$

Corrigé de l'exercice 5

$$\begin{aligned} -3(x - 3)^2 &= -3(x^2 - 6x + 9) \\ &= -3x^2 + 18x - 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x^2 + 18x - 26 \\ &= \underline{-3x^2 + 18x - 27} + 1 \\ &= -3(x - 3)^2 + 1 \\ \beta &= 1 \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 6

1)

$$\begin{aligned} 5x^2 + 10x &= 5(x^2 + 2x) \\ &= 5((x + 1)^2 - 1) \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} -3x^2 - 8x &= -3\left(x^2 + \frac{8}{3}x\right) \\ &= \left(x + \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{9}{16} \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 7

$$f(x) = 4(x + 3)^2 + 60 \quad \alpha = 4 \text{ et } \beta = 60.$$

Corrigé de l'exercice 8

$$f(x) = -3(x - 2)^2 + 17$$

$$\alpha = 2 \quad \text{(Attention au signe!!) et } \beta = 17.$$

Corrigé de l'exercice 9

$$f(x) = 4(x - 1)^2 + 5$$

Corrigé de l'exercice 10

$$f(x) = 4x^2 + 40x + 96 = 4(x^2 + 10x + 24)$$

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

donc

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 4(x^2 + 10x + 24) \\
 &= 4(x^2 + 10x + 25 - 1) \\
 &= 4((x + 5)^2 - 1) \\
 &= 4(x + 5)^2 - 4 \\
 \beta &= -4
 \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 11

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 4(x^2 + 10x + 24) \\
 &= 4(x^2 + 10x + 25 - 1) \\
 &= 4((x + 5)^2 - 1) \\
 &= 4(x + 5)^2 - 4 \\
 \beta &= -4
 \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 12

1)

$$\begin{aligned}
 2(x^2 + 2x) &= 2((x + 1)^2 - 1) \\
 &= 2(x + 1)^2 - 2
 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}
 -5x^2 + 30x &= -5(x^2 - 6x) \\
 &= -5((x - 3)^2 - 9) \\
 &= -5(x - 3)^2 + 45
 \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 13

1) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = P(\alpha)$.

Avec l'énoncé : $a = -1$ et $b = -8$, on en déduit que $\alpha = -4$.

On calcule alors $\beta = P(-4)$, et on obtient au final que $\beta = 3$.

$$\text{d'où, } P(x) = -1(x - (-4))^2 + 3$$

$$\text{Au final, } P(x) = -(x + 4)^2 + 3$$

2) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = P(\alpha)$.

Avec l'énoncé : $a = -4$ et $b = 24$, on en déduit que $\alpha = 3$.

On calcule alors $\beta = P(3)$, et on obtient au final que $\beta = 1$.

$$\text{d'où, } P(x) = -4(x - 3)^2 + 1$$

$$\text{Au final, } P(x) = -4(x - 3)^2 + 1$$

3) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = P(\alpha)$.

Avec l'énoncé : $a = 1$ et $b = 2$, on en déduit que $\alpha = -1$.

On calcule alors $\beta = P(-1)$, et on obtient au final que $\beta = -5$.

$$\text{d'où, } P(x) = 1(x - (-1))^2 + (-5)$$

$$\text{Au final, } P(x) = (x + 1)^2 - 5$$

4) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = P(\alpha)$.

Avec l'énoncé : $a = -4$ et $b = 16$, on en déduit que $\alpha = 2$.

On calcule alors $\beta = P(2)$, et on obtient au final que $\beta = -2$.

$$\text{d'où, } P(x) = -4(x-2)^2 + (-2)$$

$$\text{Au final, } P(x) = -4(x-2)^2 - 2$$

Corrigé de l'exercice 14

- 1) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{-b}{2a} \text{ et } \beta = P(\alpha).$$

Avec l'énoncé : $a = -1$ et $b = -8$, on en déduit que $\alpha = -4$.

On calcule alors $\beta = P(-4)$, et on obtient au final que $\beta = 3$.

$$\text{d'où, } P(x) = -1(x - (-4))^2 + 3$$

$$\text{Au final, } P(x) = -(x + 4)^2 + 3$$

- 2) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{-b}{2a} \text{ et } \beta = P(\alpha).$$

Avec l'énoncé : $a = -4$ et $b = 24$, on en déduit que $\alpha = 3$.

On calcule alors $\beta = P(3)$, et on obtient au final que $\beta = 1$.

$$\text{d'où, } P(x) = -4(x - 3)^2 + 1$$

$$\text{Au final, } P(x) = -4(x - 3)^2 + 1$$

- 3) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{-b}{2a} \text{ et } \beta = P(\alpha).$$

Avec l'énoncé : $a = 1$ et $b = 2$, on en déduit que $\alpha = -1$.

On calcule alors $\beta = P(-1)$, et on obtient au final que $\beta = -5$.

$$\text{d'où, } P(x) = 1(x - (-1))^2 + (-5)$$

$$\text{Au final, } P(x) = (x + 1)^2 - 5$$

- 4) On sait que si le polynôme, sous forme développée, s'écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$, alors sa forme canonique est de la forme

$$P(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta,$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{-b}{2a} \text{ et } \beta = P(\alpha).$$

Avec l'énoncé : $a = -4$ et $b = 16$, on en déduit que $\alpha = 2$.

On calcule alors $\beta = P(2)$, et on obtient au final que $\beta = -2$.

$$\text{d'où, } P(x) = -4(x - 2)^2 + (-2)$$

$$\text{Au final, } P(x) = -4(x - 2)^2 - 2$$

Corrigé de l'exercice 15

- 1) On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - x - 3 = 0$ (1).

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique,

c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned} x^2 - x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} = 0$$

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:

$$\text{avec } a = \left(x - \frac{1}{2}\right) \text{ et } b = \sqrt{\frac{13}{4}} = \sqrt{\frac{13}{2^2}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

L'équation à résoudre est équivalente à :

$$\left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

On applique la propriété du produit nul :

$$\text{Soit } x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2} = 0, \text{ soit } x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2} = 0$$

$$\text{Soit } x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \text{ soit } x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right\}$$

2) On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2 - 4x - 3 = 0$ (1).

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique, c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -3 .

$$(1) \iff x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 + \frac{4}{3}x = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}$$

Il vient alors :

$$x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} + 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9} = 0$$

L'équation revient à ajouter deux nombres positifs, dont un non-nul. Cette somme ne peut pas être égale à zéro.

On en déduit que $S = \emptyset$

3) On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-x^2 + 5x + 3 = 0$ (1).

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique, c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -1 .

$$(1) \iff x^2 - 5x - 3 = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{5}{1}x + \frac{25}{4}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 - \frac{5}{1}x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

Il vient alors :

$$x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\iff \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - 3 = 0$$

$$\iff \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{37}{4} = 0$$

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:

$$\text{avec } a = \left(x - \frac{5}{2}\right) \text{ et } b = \sqrt{\frac{37}{4}} = \sqrt{\frac{37}{2^2}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

L'équation à résoudre est équivalente à :

$$\left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{37}}{2}\right) \left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{37}}{2}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{5 + \sqrt{37}}{2}\right) \left(x - \frac{5 - \sqrt{37}}{2}\right) = 0$$

On applique la propriété du produit nul :

$$\text{Soit } x - \frac{5 + \sqrt{37}}{2} = 0, \text{ soit } x - \frac{5 - \sqrt{37}}{2} = 0$$

$$\text{Soit } x = \frac{5 + \sqrt{37}}{2}, \text{ soit } x = \frac{5 - \sqrt{37}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{37}}{2}; \frac{5 + \sqrt{37}}{2} \right\}$$

- 4) On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2 - 3x - 3 = 0$ (1).

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique, c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -2 .

$$(1) \iff x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 + \frac{3}{2}x = \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

Il vient alors :

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{3}{2} = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} = 0$$

L'équation revient à ajouter deux nombres positifs, dont un non-nul. Cette somme ne peut pas être égale à zéro.

On en déduit que $S = \emptyset$

Corrigé de l'exercice 16

- 1) On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - x - 3 = 0$ (1).

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique, c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

Il vient alors :

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$\iff \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 3 = 0$$

$$\iff \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4} = 0$$

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:

$$\text{avec } a = \left(x - \frac{1}{2}\right) \text{ et } b = \sqrt{\frac{13}{4}} = \sqrt{\frac{13}{2^2}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

L'équation à résoudre est équivalente à :

$$\left(x - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2}\right) \left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2}\right) = 0$$

On applique la propriété du produit nul :

$$\text{Soit } x - \frac{1 + \sqrt{13}}{2} = 0, \text{ soit } x - \frac{1 - \sqrt{13}}{2} = 0$$

$$\text{Soit } x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}, \text{ soit } x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{13}}{2}; \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right\}$$

- 2) On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2 - 4x - 3 = 0$ (1).

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique, c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -3 .

$$(1) \iff x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 + \frac{4}{3}x = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}$$

Il vient alors :

$$x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} + 1 = 0$$

$$\iff \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9} = 0$$

L'équation revient à ajouter deux nombres positifs, dont un non-nul. Cette somme ne peut pas être égale à zéro.

On en déduit que $S = \emptyset$

$$3) \text{ On veut résoudre dans } \mathbb{R} \text{ l'équation } -x^2 + 5x + 3 = 0 \quad (1).$$

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique,

c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -1 .

$$(1) \iff x^2 - 5x - 3 = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{5}{1}x + \frac{25}{4}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 - \frac{5}{1}x = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

Il vient alors :

$$x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\iff \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} - 3 = 0$$

$$\iff \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{37}{4} = 0$$

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:

$$\text{avec } a = \left(x - \frac{5}{2}\right) \text{ et } b = \sqrt{\frac{37}{4}} = \sqrt{\frac{37}{2^2}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

L'équation à résoudre est équivalente à :

$$\left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{37}}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{37}}{2}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{5 + \sqrt{37}}{2}\right)\left(x - \frac{5 - \sqrt{37}}{2}\right) = 0$$

On applique la propriété du produit nul :

$$\text{Soit } x - \frac{5 + \sqrt{37}}{2} = 0, \text{ soit } x - \frac{5 - \sqrt{37}}{2} = 0$$

$$\text{Soit } x = \frac{5 + \sqrt{37}}{2}, \text{ soit } x = \frac{5 - \sqrt{37}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{37}}{2}; \frac{5 + \sqrt{37}}{2} \right\}$$

$$4) \text{ On veut résoudre dans } \mathbb{R} \text{ l'équation } -2x^2 - 3x - 3 = 0 \quad (1).$$

On reconnaît une équation du second degré sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

La consigne nous amène à commencer par écrire le polynôme du second degré sous forme canonique,

c'est à dire sous la forme : $a(x - \alpha)^2 + \beta$,

On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -2 .

$$(1) \iff x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

On reconnaît le début d'une identité remarquable :

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}$$

$$\text{On en déduit que : } x^2 + \frac{3}{2}x = \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

Il vient alors :

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} = 0$$

L'équation revient à ajouter deux nombres positifs, dont un non-nul. Cette somme ne peut pas être égale à zéro.

On en déduit que $S = \emptyset$