

I. Généralités sur les fonctions

1. Définition :

Définition :

Niveau *

Définir une fonction f sur un ensemble $\mathcal{D}$ de nombres réels, c'est associer à chaque nombre $x \in \mathcal{D}$ un **unique** nombre réel noté $f(x)$. On note :

$$\begin{aligned} f: \mathcal{D} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

- $\mathcal{D}$ est l'ensemble de définition de la fonction f . x est la variable.
- Le nombre $f(x)$ est l'image du réel x par la fonction f .
- Quand on sait que $f(x) = y$, on dit que x est un antécédent de y par la fonction f .

Podcast 1



Exemple :

Niveau *

f est la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$.

- L'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle $[0; +\infty[$.
- L'image de 9 par la fonction f est $f(9) = \sqrt{9} = 3$.
- 9 est l'antécédent de 3 par la fonction f .

Courbe représentative :

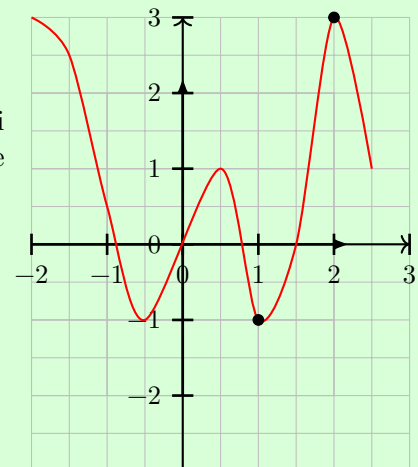
Niveau *

Soit f une fonction définie sur un ensemble $\mathcal{D}$ de nombres réels. La courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère, est l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que

$$\begin{cases} x \in \mathcal{D} \\ y = f(x) \end{cases}.$$

On lit graphiquement que :

$$f(1) = -1 \text{ et } f(2) = 3$$



Remarque :

Niveau *

Comme chaque antécédent n'a qu'une seule image par la fonction, il ne peut pas exister deux points de la courbe avec la même abscisse.

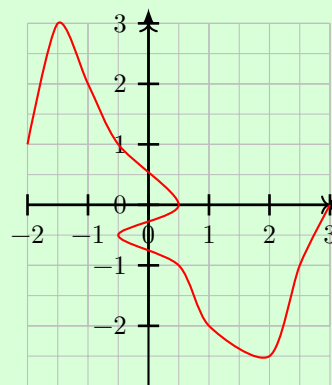
Une telle représentation graphique peut exister.

Mais elle n'est pas celle d'une fonction.

Illustration :

Cette courbe n'est pas la représentation graphique d'une fonction.

Plusieurs points ont par exemple pour abscisse 0.

**2. Résolution graphique d'équations et d'inéquations****Propriété :**

Niveau *

Soient C_f la courbe représentative d'une fonction f et m un réel.

- Les solutions de l'équation $f(x) = m$ sont les abscisses des points de la courbe C_f d'ordonnée m .
- Les solutions de l'inéquation $f(x) < m$ (respectivement $f(x) > m$) sont les abscisses des points de la courbe C_f dont l'ordonnée est inférieure à m (respectivement supérieure à m).

Podcast 2 :**Méthode n°1 : Résolution graphique**

Niveau *

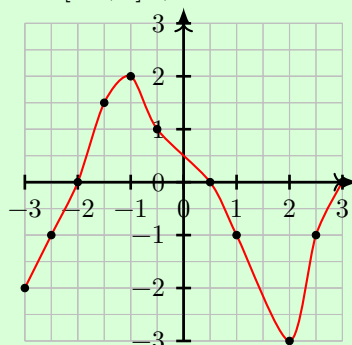
Stratégie :

Bien lire sur l'axe des abscisses les solutions.

Énoncé :

A partir de la représentation graphique de la fonction f sur $[-3;3]$, résoudre :

1. $f(x) = -1$
2. $f(x) = 3$
3. $f(x) < 0$

**Correction :****3. Variations de fonctions****Fonction croissante :**

Niveau *

Dire que la fonction f est croissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I .

$$\text{Si } x_1 \leq x_2 \text{ alors } f(x_1) \leq f(x_2)$$

Propriété :

Niveau *

Quand une fonction est **croissante** sur un intervalle,
les **antécédents** et les **images** sont rangés dans le même ordre.

Fonction décroissante :

Niveau *

Dire que la fonction f est décroissante sur un intervalle I signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I .

$$\text{Si } x_1 \leq x_2 \text{ alors } f(x_1) \geq f(x_2)$$

Propriété :

Niveau *

Quand une fonction est **décroissante** sur un intervalle,
les **antécédents** et les **images** sont rangés dans l'ordre contraire.

Méthode n°2 : Tableau de signes et tableau de variations.

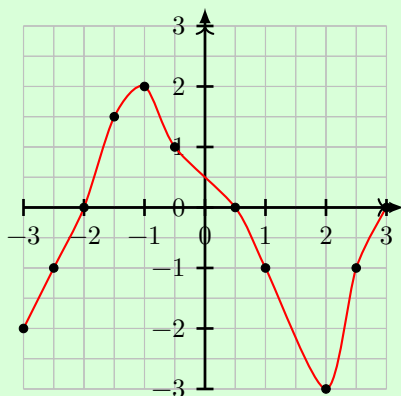
Niveau *

Stratégie :

Attention, ne pas confondre signe et variation.

Énoncé :

A partir de la représentation graphique de la fonction f sur $[-3; 3]$, dresser son tableau de signes et son tableau de variations.

**Correction :****II. Fonctions de références :****1. Fonctions affines**

QCM n°1

Définition :

Niveau *

Soit a et b deux réels.
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est une fonction affine.

Podcast 3

Définition :

Niveau *

On appelle a le **coefficient directeur** et b l'**ordonnée à l'origine**.

Proportionnalité des accroissements :

Niveau *

f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$ si et seulement si, pour tous nombres réels distincts x_1 et x_2 , on a :

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

Variations d'une fonction affine :

Niveau *

Soient a et b deux réels.

- Si a est positif, la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est croissante.
- Si a est négatif, la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est décroissante.

Signe d'une fonction affine :

Niveau *

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$.

$f(x)$ est du signe de a pour les valeurs de x supérieures à $-\frac{b}{a}$.

Courbe représentative d'une fonction affine :

Niveau *

Soit a et b deux réels.

La courbe représentative de la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = ax + b$.

Propriétés graphiques d'une fonction affine :

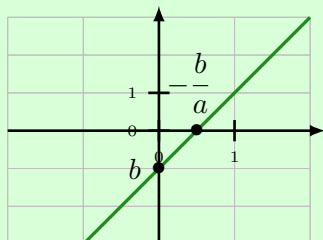
Niveau *

Si f est une fonction affine définie par $f(x) = ax + b$.

- a est appelé le **coefficient directeur** de la droite, il mesure sa pente.
 - ◊ La droite "*monte*" quand a est positif
 - ◊ La droite "*descend*" quand a est négatif.
- b est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite.
 - Il mesure l'ordonnée où la droite coupe l'axe des ordonnées.
 - Le point de coordonnées $(0; b)$ appartient à la droite.

$a > 0$

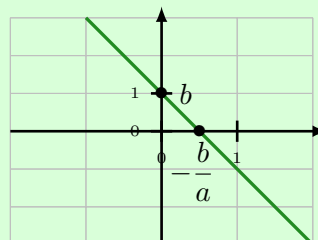
x	$-\infty$	$+\infty$
$ax + b$		



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	-	0	+

$a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax + b$		



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	+	0	-

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	Opposé signe de a	0	Signe de a

Méthode n°3 : Résoudre une inéquation

Niveau **

Stratégie :

Il est plus facile de se ramener à l'étude du signe d'un produit et d'étudier ensuite le signe de chaque facteur dans un tableau de signes.

Énoncé :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$(2x + 3)^2 \leq (3x - 1)^2$$

Correction :



Stratégie :

On procède comme pour un produit, la règle des signes est la même. Attention au domaine de définition de l'expression !!

Énoncé :

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

$$\frac{-4x + 1}{4 + x} \leq 0$$

Correction :

2. Fonction carré



QCM n°2

Définition

Niveau *

On appelle **fonction carré**,
la fonction qui à tout réel x fait correspondre le nombre par x^2

Podcast 4**Premières propriétés**

Niveau *

- Un carré est toujours positif ou nul. Pour tout réel x , on a $x^2 \geq 0$.
- Un nombre et son opposé ont le même carré. Pour tout réel x , on a $x^2 = (-x)^2$.
- Comme pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f(x) = f(-x)$, on dit que la fonction f est **paire**.
Sa représentation graphique admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie.

Variations de la fonction carré :

Niveau *

La fonction carré définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$ est décroissante sur $] -\infty; 0]$ et croissante sur $[0; +\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = x^2$	■	0	■

Propriété :

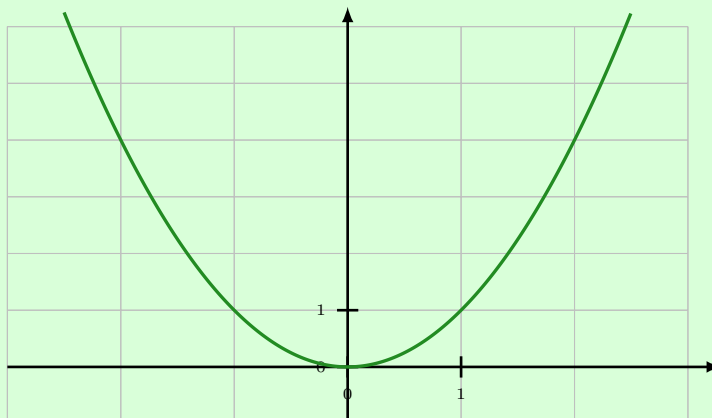
Niveau **

- Deux nombres négatifs et leurs carrés sont rangés dans l'ordre contraire. Si $a \leq b \leq 0$ alors $a^2 \geq b^2$
- Deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre. Si $0 \leq a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$

Courbe représentative :

Niveau *

La courbe représentative de la fonction carré f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ est la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2$.

**Méthode n°5 : Utiliser les variations de la fonction carré :**

Niveau **

Stratégie :

Bien penser que la fonction carré n'est pas monotone sur $\mathbb{R}$. Elle change de variation selon qu'on l'étudie sur les négatifs ou les positifs....

Énoncé :

Que dire de x^2 , sachant que :

- $2 < x \leq 7$
- $-4 \leq x < -2$
- $-2 < x \leq 3$

Correction :**Complément : Niveau ****

D'autres rappels pour les motivés, les curieux,
Vidéos 5 ; 7 et suivantes....



QCM n°3

