Aide à la correction Évaluation de mathématiques :

Généralités sur les suites numériques

Exercice 1 (2 points)

Soit w la suite définie pour tout entier naturel n par : $w_n = 3n^2 + 4$.
Donner l'expression de w_{n+1} en fonction de n sous forme développée.

Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$w_{n+1} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exercice 2 (3 points)

Soit la suite (u_n) définie sur N par : $u_n = 2n^2 - n$

1. Montrer que $u_{n+1} - u_n = 4n + 1$.
   On commence par calculer

$$u_{n+1} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Puis, on calcule

$$u_{n+1} - u_n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

2. Que peut-on dire de la monotonie de la suite (u_n) sur N ? Justifier.

Conseil

Que peut-on dire.... est une question qui sous-entend qu'on va utiliser la résultat précédent.
monotonie : c'est étudier les variations de la suite, qui va être croissante ou décroissante.
Quel est le lien entre $u_{n+1} - u_n$ et les variations de (u_n) ?

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Exercice 3 (3 points)

Pour les exercices suivants, étudier le sens de variation de la suite (u_n).

Conseil

Vous devez connaître 3 méthodes pour étudier les variations d'une suite :

- ....
- ....
- ....

dans l'exo précédent, on a utilisé ....
On vous pose deux questions, il reste 2 méthodes..... Sans garantie, on peut se douter que le prof fasse un check du cours....

1. $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = \dfrac{3n-2}{n+1}$

Conseil

Les deux méthodes calculatoires (Différence et quotient) semblent à priori complexes.
On opte donc pour ....

Soit f la fonction vérifiant, $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = f(n)$
On a alors, pour $x \in \ldots$, $f(x) = \ldots\ldots$
On étudie les variations de f, pour cela, on va ....

....

....

....

On vient de montrer que f était une fonction strictement ....sur ....

On en déduit, d'après ....

que ....

2. $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \dfrac{2^n}{n}$

Conseil

La méthode avec la fonction associée ne peut pas fonctionner ici, vous n'avez jamais étudié une fonction du type : $f(x) = \dfrac{2^x}{x}$
Vous ne savez pas la dériver, ni trouver ses variations. On exclue donc cette méthode.
La méthode des différence semble complexe avec des fractions qui contiennent des puissances, on l'écarte à priori.
la méthode des quotients semble adaptée ici, car puissances et fractions se gèrent très bien dans les quotients.

On observe que $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \dfrac{2^n}{n} \geqslant 0$

Conseil

C'est une condition indispensable pour utiliser cette propriété.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, on calcule d'abord $u_{n+1} = \ldots\ldots.$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

On en déduit que $\forall n \in \mathrm{N}^* \frac{u_{n+1}}{u_n} \ldots\ldots$
D'après le cours, on sait que ....
donc ....

Exercice 4 (2 points)

Quelles sont les valeurs des variables U et n en fin de programme ?

```
U ← 3
n ← 0
Tant que U < 80
        U ← 3 × U
        n ← n + 1
Fin Tant que
```

U	n	remarque
...	...	
...	...	
...	...	
...	...	

Exercice 5 (3 points)

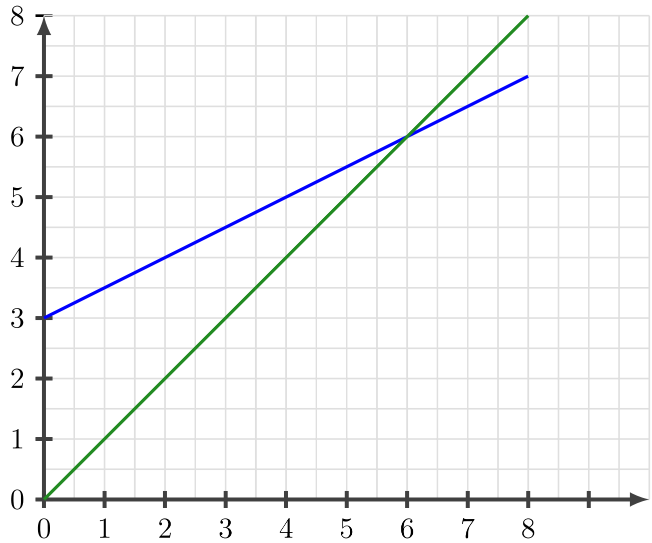
On donne la suite (u_n) définie pour tout $n \in N$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 0.5 \times u_n + 3 \end{cases}$$

On a tracé dans le repère ci-contre :

- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$,
- la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x$.

Représenter graphiquement, en laissant des traits de constructions, les 4 premiers termes de la suite (u_n).
Conjecturer la limite de la suite (un).



Graphiquement, on conjecture que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ldots$

Exercice 6 (3 points)

Pour chacune des suites, indiquer si elle est arithmétique. Si oui, préciser la raison.

Conseil

Pour prouver qu'une suite est arithmétique, on sait d'après le cours qu'il suffit de montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe un unique réel r tel que $u_{n+1} - u_n = r$.
Inversement, pour prouver qu'une suite n'est pas arithmétique, le contre-exemple est souvent plus simple.

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}, u_n = 2 + 4n$.

Conseil

Ceux qui connaissent le cours, ont reconnu la forme explicite d'une suite arithmétique. ne l'utilisez pas, profitez du DS pour montrer votre capacité à raisonner, à structurer votre pensée, plutôt que de coller du cours.
Sur des questions faciles, autant faire le maximum....

Soit $n \in \mathbb{N}$, on calcule

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

On peut conclure que ....

....

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$,$v_n = 2n^2 - 1$.

Conseil

On conjecture qu'avec l'exposant 2, cette suite ne sera pas arithmétique. Vérifiez le à la calculatrice.
Le plus facile, est le contre exemple.

On calcule $u_0 = \dots\dots\dots\dots$ $u_1 = \dots\dots\dots\dots$ $u_2 = \dots\dots\dots\dots$
On calcule $u_1 - u_0 = \dots\dots\dots\dots$ $u_2 - u_1 = \dots\dots\dots\dots$
et on peut conclure que ....

....

Exercice 7 (4 points)

Soit (u_n) une suite arithmétique, de premier terme $u_0 = -2$ et de raison 3.

1. Déterminer u_n en fonction de n en justifiant.

Conseil

u_n en fonction de n c'est la forme explicite de (u_n).
C'est de l'application directe de cours, autant le faire proprement.

On sait que (u_n) est une ...., de premier terme ....et de raison ....

D'après le cours, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a ....

En appliquant le cours, on obtient : ....

2. En déduire le 20ème terme.

Conseil

La suite commence en u_0, u_1 est donc le second terme, u_2 le troisième, etc ...

Le 20$^{\text{ème}}$ terme est donc ....

On applique la formule de cours, et on obtient ....

3. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{19} u_k$

On sait d'après le cours que ....

....

....