

Devoir surveillé de mathématiques

Durée de l'épreuve : 1 h 30
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

(4,5 points)

Cet exercice contient 3 questions indépendantes d'application directe de cours.

1. Soit f une fonction telle que, pour tout nombre réel h non nul,

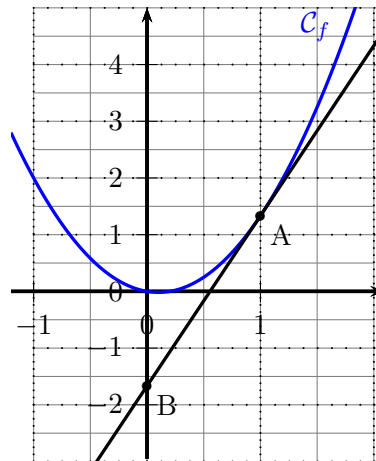
$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = h^2 + 3h - 1.$$

Déterminer $f'(1)$.

2. Soit f une fonction telle que $f(2) = 5$ et $f'(2) = -1$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.

3. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dans un repère est la courbe ci-dessous.



La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point $A\left(1 ; \frac{4}{3}\right)$ passe par le point $B\left(0 ; -\frac{5}{3}\right)$.

Déterminer $f'(1)$.

Exercice 2

(4,5 points)

Déterminer les dérivées des fonctions f , g , et h , en détaillant vos calculs, mais sans se soucier du domaine de définition et de dérivabilité :

1. $f(x) = \frac{3 - x^2}{6 + x}$
2. $g(x) = 3x^2 \times \sqrt{x}$
3. $h(x) = \frac{1}{x^2 + x}$

Exercice 3

(5 points)

Étudier les variations de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 4$

Tournez la page

Exercice 4

(6 points)

Une entreprise fabrique q milliers d'objets, $q \in [1 ; 20]$.

Le coût total de fabrication, exprimé en euros en fonction de q , est donné par l'expression :

$$C(q) = q^3 - 18q^2 + 750q + 200.$$

1. Calculer le coût total de fabrication de 5000 objets.
2. Le coût moyen $C_M(q)$ de fabrication de q milliers d'objets, exprimé en euros, est donné par l'expression :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q} = q^2 - 18q + 750 + \frac{200}{q}.$$

- (a) Déterminer le coût moyen de fabrication d'un millier d'objets lorsqu'on fabrique 5000 objets.
- (b) On note C'_M la fonction dérivée, sur l'intervalle $[1 ; 20]$, de la fonction C_M .

Montrer que, pour tout $q \in [1 ; 20]$,

$$C'_M(q) = \frac{2(q - 10)(q^2 + q + 10)}{q^2}$$

- (c) Étudier le signe de C'_M et dresser le tableau de variation de la fonction C_M sur l'intervalle $[1 ; 20]$.
- (d) Quel est le coût moyen minimal et pour quelle quantité d'objets est-il obtenu ?