

Proportions

I POPULATION ET SOUS POPULATION

1 DÉFINITIONS :

Définition

On appelle **population**, un ensemble d'objets ou d'individus faisant l'objet d'une étude.

Définition

On appelle **sous-population** d'une population une partie de cette population.

Définition

On appelle **individus** d'une population, les éléments qui constituent cette population.
Le nombre d'individus s'appelle l'**effectif** de la population.

2 EXEMPLES :

Pour calculer la proportion ou le taux de chômage dans un pays :

- La **population de référence** est la *population active*, c'est-à-dire l'ensemble de toutes les personnes en âge de travailler en général, de 18 à 64 ans qui sont disponibles sur le marché du travail, qu'ils aient un emploi ou non.
- L'ensemble des chômeurs forment une **sous-population** de la population de référence, c'est à dire la *population active* d'un pays.
- Les chômeurs sont des **individus** de ces populations.

QCM 1



Note :

3 PROPORTION D'UNE SOUS-POPULATION

Définition

La proportion p d'une sous-population dans une population totale est le rapport des effectifs :

$$p = \frac{\text{effectif de la sous population}}{\text{effectif de la population de référence}}$$



Vidéo de cours

Autre formulation :

La proportion p d'une sous-population d'effectif n , dans une population totale, d'effectif N est le rapport des effectifs :

$$p = \frac{n}{N}$$

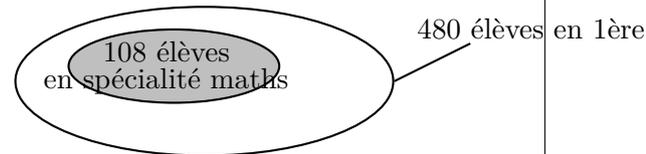
II CALCULER LA PROPORTION D'UNE SOUS POPULATION

Exercice 1

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 1ère, 108 d'entre eux ont choisi la spécialité maths.
Quelle est la proportion d'élèves de spécialité maths en 1ère ?

Correction :

1. On représente la situation avec un diagramme de Wenn :



2. On recherche les données connues dans l'énoncé :

La population totale des élèves de 1ère, notée N , est égale à 480. C'est la population de référence.
La sous-population des élèves de spécialité maths, notée n , est égale à 108.

3. On applique le cours : $p = \frac{n}{N} = \frac{108}{480} = \frac{9}{40} = 0,225$

4. On conclut :

La proportion d'élèves de spécialité maths parmi tous les élèves de première, est $p = 0,225$.

Remarque

Une proportion peut s'exprimer de différente manière.

Dans l'exemple précédent :

Sous forme fractionnaire : $p = \frac{9}{40}$ Sous forme décimale : $p = 0,225$ En pourcentage : $p = 22,5\%$

Selon les consignes, situations, on optera pour l'une ou l'autre.

TRAVAILLER EN AUTONOMIE :

Exercice 2

L'an passé, parmi les 32 élèves de terminale STMG, 17 ont obtenu une place en BTS ou en IUT.

Calculer la valeur approchée, arrondie au centième, de la proportion d'élèves de cette classe qui ont obtenu une place en BTS ou en IUT.



Mathaléa

Exercice 3

Lors d'un tournoi de basket, Gaspard a marqué 12 paniers sur 20 lancers tandis que Rose en a marqué 15 sur 24.

Quel est celui qui a le meilleur pourcentage de réussite ?



Correction//Vidéo

QCM 2



Note :

III CALCULER L'EFFECTIF D'UNE SOUS-POPULATION

Exercice 4

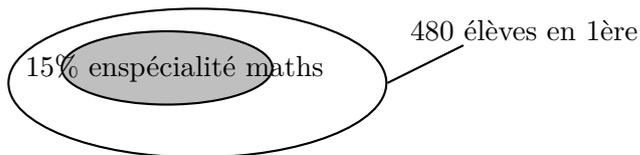
Sachant que parmi les 480 élèves de 1ère, 15% ont choisi la spécialité maths, calculer le nombre d'élèves dans cette spécialité.



Vidéo
de cours

Correction :

1. On représente la situation avec un diagramme de Wenn :



2. On recherche les données connues dans l'énoncé :
L'effectif N , de la population de référence (les élèves de 1ère), vaut : $N = 480$.
On cherche l'effectif de la sous-population des élèves la spécialité maths, notée n .
La proportion d'élèves de la spécialité maths, notée p , est égale à 15% ou 0,15
3. On applique le cours :
$$p = \frac{n}{N} \text{ donc } 0,15 = \frac{n}{480}$$

d'où avec un produit en croix : $n = 0,15 \times 480 = 72$
4. On conclut : Il y a 72 élèves la spécialité maths.

IV CALCULER L'EFFECTIF D'UNE POPULATION TOTALE

Exercice 5

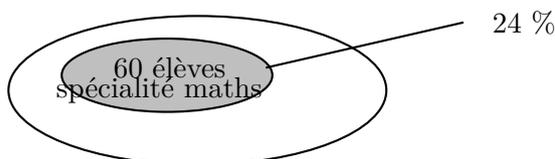
Dans un lycée, 60 élèves sont en 1ère spécialité maths, ce qui représente 24% des effectifs des élèves de 1ère de l'établissement.
Calculer le nombre d'élèves en première.



Cours
en vidéo

Correction :

1. On représente la situation avec un diagramme de Wenn :



2. On recherche les données connues dans l'énoncé :
On cherche l'effectif de la population totale des élèves de 1ère, notée N ,
On connaît l'effectif de la sous-population des élèves de spécialité maths, $n = 60$.
On connaît la proportion d'élèves de spécialité maths, notée p , est égale à 24% ou 0,24.
3. On applique le cours :
$$p = \frac{n}{N} \text{ donc } 0,24 = \frac{60}{N} \text{ d'où, avec un produit en croix : } N = \frac{60}{0,24} = 250$$
4. On conclut : Il y a 250 élèves au total en 1ère.

TRAVAILLER EN AUTONOMIE :

Exercice 6

Dans une association, environ 29% des adhérents ont plus de 23 ans. Sachant qu'ils représentent 67 personnes, combien de personnes sont adhérentes à l'association ?



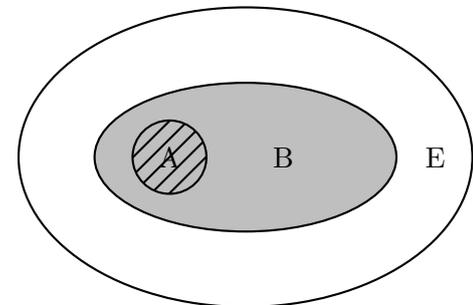
QCM 3

Note :

V PROPORTION DE PROPORTION

Définition :

On considère une population E , une sous-population B qui contient une autre sous-population A .
Tous les éléments de A appartiennent à B .
On dit que A est inclus dans B que l'on note $A \subset B$



Propriété

On considère 3 populations A , B et E où A est une sous-population de B et B une sous-population de E .
Si p est la proportion de A dans B et p' celle de B dans E , alors la proportion P de A dans E est :

$$P = p \times p'$$

DÉMONSTRATION

$$p \times p' = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } B} \times \frac{\text{nombre d'éléments de } B}{\text{nombre d'éléments de } E} = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } E} = P.$$

QCM 4

Note :

EXERCICE CORRIGÉ :

Exercice 7

Dans une ville comprenant 120 000 logements, on note que 30% d'entre eux sont des maisons individuelles. Parmi ces maisons, la proportion répondant aux nouvelles normes d'isolation thermique n'est que de 20%. Combien y a-t-il dans cette ville de maisons individuelles répondant aux nouvelles normes d'isolation thermique ?

Correction :

La population étudiée est celle des habitations de la ville considérée. Soit E cette population.

La première sous-population est celle des maisons individuelles, appelée B . Soit p' la proportion de B dans E .

La deuxième sous-population est celle des maisons individuelles répondant aux nouvelles normes d'isolation thermique, appelée A . Soit p la proportion de A dans B .

D'après l'énoncé, on a : $p = 20\%$; $p' = 30\%$ et $A \subset B \subset E$

D'après la propriété de cours, la proportion de maisons individuelles répondant aux nouvelles normes d'isolation thermique par rapport à l'ensemble des logements est $p = p \times p' = 0,2 \times 0,3 = 0,06 = 6\%$

On calcule maintenant 6% de 120000 :

Donc le nombre de telles maisons est $p \times 120000 = 0,06 \times 120000 = 7200$.

Il y a 7200 maisons répondant aux nouvelles normes d'isolation thermique dans cette ville.

TRAVAILLER EN AUTONOMIE :**Exercice 8**

Dans un club, 25% des adhérents ont moins de 18 ans dont 20% ont moins de 15 ans.
Quelle est la proportion des moins de 15 ans dans ce club ?



Corrigé
en vidéo

Exercice 9

Dans une lycée, 37% des lycéens sont en classe de 1ère. Parmi eux, 49% sont en filière technologique.
Quel est le pourcentage d'élèves en 1ère technologique de ce lycée ?



Mathalea