

Les bases du calcul algébrique

I NATURE D'UNE EXPRESSION ALGÈBRIQUE

1 SOMME OU PRODUIT

Objectif :

Savoir déterminer si une expression est une somme ou un produit



Vidéo de cours

Exemples :

$A = 3 \times x$ est un produit.

$B = 3 + x$ est une somme.

$C = 2 + 3 \times x$ est une somme.

$D = (x + 3)(2 - x)$ est un produit.

$E = (x + 3) - (2 - x)$ est une somme.

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 1

II DÉVELOPPER ET RÉDUIRE UNE EXPRESSION

1 RÉDUIRE UNE SOMME

Définition :

Réduire une expression algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique avec le moins de termes possibles.

Méthode :

Pour réduire des termes d'une même puissance de x , on utilise la **factorisation**.

Rappel :

Factoriser, c'est transformer une expression en produit.

Application :

Réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= 3x - 5 + 7x \\ &= \underline{3x} + \underline{7x} - 5 \\ &= (3 + 7)x - 5 \\ &= 10x - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 4x^2 - 5x + 3x^2 - x - 1 \\ &= \underline{4x^2} + \underline{3x^2} - \underline{5x} - \underline{x} - 1 \\ &= (4 + 3)x^2 + (-5 - 1)x - 1 \\ &= 7x^2 - 6x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 3x \times (-4x) \\ &= 3 \times (-4) \times x \times x \\ &= 3 \times (-4) \times x \times x \\ &= -12x^2 \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 2

2 DISTRIBUTIVITÉ SIMPLE**Propriété :**

La multiplication est distributive par rapport à l'addition c'est à dire :
pour tous nombres réels a , b , et k , on a

$$k(a + b) = ka + kb$$



Vidéo de cours

Application :

$$\begin{aligned} A &= -3(4 - x) \\ &= -12 + 3x \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 3

3 LE SIGNE – DEVANT LA PARENTHÈSE**Méthode 1 :**

On peut supprimer un signe $-$ et la parenthèse qui le succède,
à condition de changer tous les signes de la parenthèse.

Application :

$$\begin{aligned} A &= 7 - (4 - x) \\ &= 7 - 4 + x \\ &= 3 + x \end{aligned}$$

Méthode 2 :

On ajoute un facteur 1 entre le signe $-$ et la parenthèse, et on applique la distributivité simple.

Application :

$$\begin{aligned} A &= 2 - (x - 5) \\ &= 2 - 1(x - 5) \\ &= 2 - x + 5 \\ &= -x + 7 \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 4

4 DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ

Propriété :

La multiplication est distributive par rapport à l'addition c'est à dire :
pour tous nombres réels a, b, c et d , on a :

$$(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Application :

$$\begin{aligned} A &= (3 - x)(2x - 3) \\ &= 6x - 9 - 2x^2 + 3x \\ &= -2x^2 + 9x - 9 \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 5

5 DÉVELOPPER UNE IDENTITÉ REMARQUABLE

Propriété :

Pour tous nombres réels a et b on a

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a - b)(a + b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$



Vidéo de cours

Démonstration fondamentale :

Pour ceux qui veulent travailler la démonstration (au programme) de la première identité remarquable, vous pouvez consulter cette vidéo explicative.



Application :

$$\begin{aligned} (3x + 4)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 + 24x + 16 \\ (6x - 5)^2 &= 36x^2 - 60x + 25 \\ (7x - 9)(7x + 9) &= 49x^2 - 81 \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 6

III FACTORISER UNE EXPRESSION ALGÈBRIQUE**1 AVEC UN FACTEUR COMMUN****Méthode :**

Pour factoriser une somme, on peut chercher un **facteur commun** dans chacun des termes de la somme.

Exemple : Factoriser :

$$\begin{aligned} A &= 14x^3 - 8x^2 + 6x \\ &= 7 \times \underline{2} \times \underline{x} \times x \times x - 4 \times \underline{2} \times \underline{x} \times x + 3 \times \underline{2} \times \underline{x} \\ &= \underline{2x}(7x^2 - 4x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+3)(4-x) - (x+3)(2x-5) \\ &= (x+3)((4-x) - (2x-5)) \\ &= (x+3)(4-x-2x+5) \\ &= (x+3)(9-3x) \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 7

2 AVEC LES IDENTITÉS REMARQUABLES**Identités remarquables : le retour !**

On peut utiliser les identités remarquables pour factoriser, en les écrivant de droite à gauche :

Somme \rightarrow **Produit**

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Méthode

L'identité remarquable la plus utilisée pour factoriser est la 3ème : $a^2 - b^2$

Exemple : Factoriser :

$$\begin{aligned} B &= 25x^2 - 49 \\ &= (5x)^2 - 7^2 \\ &= (5x - 7)(5x + 7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 1 - (2 - x)^2 \\ &= (1 - (2 - x))(1 + (2 - x)) \\ &= (1 - 2 + x)(1 + 2 - x) \\ &= (-1 + x)(3 - x) \end{aligned}$$

Travailler seul :



Exercices Mathaléa



QCM 8