

## Plan de travail : Équations du premier degré

### Résoudre une équation du premier degré :

**Exercice 1**

Justifier si les nombres proposés sont des solutions ou non de l'équation :

$$80x - 160 = -20x^2 - (-40)x$$

- pour  $x = -4$     • pour  $x = 2$     • pour  $x = -4$

**Exercice 2**

Résoudre les équations suivantes.

- $\frac{2}{r} = \frac{8}{5}$                       •  $\frac{9}{-5} = \frac{t}{-8}$

**Exercice 3**

Résoudre les équations suivantes.

- $x + 11 = 11$                       •  $-4x = 5$
- $2x - 11 = 0$                       •  $2x + 10 = 7x + 7$

**Exercice 4**

Résoudre les équations suivantes.

- $8(7x + 2) = 7x - 2$
- $8 - (-6x + 4) = -3x - 3$

|                                      | ++                       | +                        | +-                       | -                        | --                       |
|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1/ Auto-évaluation Équations simples | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### Résoudre avec les équations produit :

**Exercice 5**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

- $(-2x + 7)(4x + 3) = 0$
- $(3x - \frac{1}{2})(5x - \frac{4}{7}) = 0$
- $(1 - 3x)(2x - 3)^2 = 0$
- $(2x - 7)(3 - 7x)(4x - 9) = 0$

**Exercice 6**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

- $x^2 + 9 = 0$                       •  $x^2 - 7 = 0$

**Exercice 7**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- $(6x - 4)(3x - 8) + (6x - 4)(-4x + 4) = 0$
- $(-6x - 4)(-x + 2) - (-6x - 4)(-8x + 6) = 0$
- $(8x - 4)^2 + (8x - 4)(-4x - 3) = 0$
- $(-4x - 9)(-6x - 1) - (-4x - 9)^2 = 0$

|                                      | ++                       | +                        | +-                       | -                        | --                       |
|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1/ Auto-évaluation Équations produit | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### Résoudre des problèmes :

**Exercice 8**

On donne les deux programmes de calcul suivants :

**Programme 1 :**

- Choisir un nombre
- Ajouter 5
- Prendre le carré du résultat

**Programme 2 :**

- Choisir un nombre
- Multiplier par 10
- Ajouter 32

Déterminer les nombres éventuels que l'on peut entrer dans ces deux programmes pour qu'au final ils donnent le même résultat.

**Exercice 9**

Un triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .

On a  $AB = 8$  cm et  $AC = x$  cm.

Sachant que le carré de son hypoténuse est 73, déterminer la valeur exacte de  $x$ .

|                              | ++                       | +                        | +-                       | -                        | --                       |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1/ Auto-évaluation Problèmes | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**Exercice 1**

1. Pour
- $x = -4$
- :

$$80x - 160 = 80 \times (-4) - 160 = -480$$

$$-20x^2 - (-40)x = -20 \times (-4)^2 - (-40) \times (-4) = -320 - 160 = -480$$

$-480 \neq -480$  donc l'égalité n'est pas vraie.

$x = -4$  n'est donc pas solution de l'équation  $80x - 160 = -20x^2 - (-40)x$

Pour  $x = 2$  :

$$80x - 160 = 80 \times 2 - 160 = 0$$

$$-20x^2 - (-40)x = -20 \times 2^2 - (-40) \times 2 = -80 - (-80) = 0$$

On trouve le même résultat pour le membre de gauche et pour le membre de droite donc l'égalité est vraie.

$x = 2$  est donc solution de l'équation  $80x - 160 = -20x^2 - (-40)x$

Pour  $x = -4$  :

$$80x - 160 = 80 \times (-4) - 160 = -480$$

$$-20x^2 - (-40)x = -20 \times (-4)^2 - (-40) \times (-4) = -320 - 160 = -480$$

On trouve le même résultat pour le membre de gauche et pour le membre de droite donc l'égalité est vraie.

$x = -4$  est donc solution de l'équation  $80x - 160 = -20x^2 - (-40)x$

**Exercice 2**

1.  $\frac{2}{r} = \frac{8}{5}$

Les produits en croix sont égaux.

$$8 \times r = 5 \times 2$$

On divise les deux membres par 8.

$$\frac{8 \times r}{8} = \frac{5 \times 2}{8}$$

On simplifie et on calcule.

$$r = 1,25$$

2.  $\frac{9}{-5} = \frac{t}{-8}$

Les produits en croix sont égaux.

$$-5 \times t = 9 \times -8$$

On divise les deux membres par -5.

$$\frac{-5 \times t}{-5} = \frac{9 \times -8}{-5}$$

On simplifie et on calcule.

$$t = 14,4$$

**Exercice 3**

1.  $x + 11 = 11$

On soustrait 11 aux deux membres.

$$x + 11 - 11 = 11 - 11$$

$$x = 0$$

La solution est 0.

2.  $2x - 11 = 0$

On ajoute 11 aux deux membres.

$$2x - 11 + 11 = 0 + 11$$

$$2x = 11$$

On divise les deux membres par 2.

$$2x \div 2 = 11 \div 2$$

$$x = \frac{11}{2}$$

La solution est  $\frac{11}{2}$ .

3.  $-4x = 5$

On divise les deux membres par -4.

$$-4x \div (-4) = 5 \div (-4)$$

$$x = \frac{5}{-4}$$

$$x = -\frac{5}{4}$$

La solution est  $-\frac{5}{4}$ .

4.  $2x + 10 = 7x + 7$

On soustrait  $7x$  aux deux membres.

$$2x + 10 - 7x = 7x + 7 - 7x$$

$$-5x + 10 = 7$$

On soustrait 10 aux deux membres.

$$-5x + 10 - 10 = 7 - 10$$

$$-5x = -3$$

On divise les deux membres par  $-5$ .

$$-5x \div (-5) = -3 \div (-5)$$

$$x = \frac{-3}{-5}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

La solution est  $\frac{3}{5}$ .

#### Exercice 4

1.  $8(7x + 2) = 7x - 2$

On développe le membre de gauche.

$$56x + 16 = 7x - 2$$

On soustrait  $7x$  aux deux membres.

$$56x + 16 - 7x = 7x - 2 - 7x$$

$$49x + 16 = -2$$

On soustrait 16 aux deux membres.

$$49x + 16 - 16 = -2 - 16$$

$$49x = -18$$

On divise les deux membres par 49.

$$49x \div 49 = -18 \div 49$$

$$x = \frac{-18}{49}$$

La solution est  $-\frac{18}{49}$ .

2.  $8 - (-6x + 4) = -3x - 3$

On développe le membre de gauche.

$$8 + 6x - 4 = -3x - 3$$

$$6x + 4 = -3x - 3$$

On ajoute  $3x$  aux deux membres.

$$6x + 4 + 3x = -3x + -3 + 3x$$

$$9x + 4 = -3$$

On soustrait 4 aux deux membres.

$$9x + 4 - 4 = -3 - 4$$

$$9x = -7$$

On divise les deux membres par 9.

$$9x \div 9 = -7 \div 9$$

$$x = \frac{-7}{9}$$

La solution est  $-\frac{7}{9}$ .

#### Exercice 5

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$(-2x + 7)(4x + 3) = 0$$

$$\iff -2x + 7 = 0 \text{ ou } 4x + 3 = 0$$

$$\iff -2x = -7 \text{ ou } 4x = -3$$

$$\iff x = \frac{-7}{-2} \text{ ou } x = \frac{-3}{4}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{3}{4}; \frac{7}{2} \right\}$$

2. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$(3x - \frac{1}{2})(5x - \frac{4}{7}) = 0$$

$$\iff 3x - \frac{1}{2} = 0 \text{ ou } 5x - \frac{4}{7} = 0$$

$$\iff 3x = \frac{1}{2} \text{ ou } 5x = \frac{4}{7}$$

$$\iff x = \frac{1}{2} \div 3 \text{ ou } x = \frac{4}{7} \div 5$$

$$\iff x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \text{ ou } x = \frac{4}{7} \times \frac{1}{5}$$

$$\iff x = \frac{1}{6} \text{ ou } x = \frac{4}{35}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ \frac{4}{35}; \frac{1}{6} \right\}$$

### Exercice 6

1.  $x^2 + 9 = 0$

On ne reconnaît pas d'identité remarquable.

$a^2 + b^2$  ne peut pas se factoriser.

$x^2$  étant un nombre positif, il est impossible en lui ajoutant 9 d'obtenir 0.

$$S = \emptyset$$

2.  $x^2 - 7 = 0$

On reconnaît l'identité remarquable  $a^2 - b^2$  :

$$\text{avec } a = x \text{ et } b = \sqrt{7}$$

On obtient alors :

$$x^2 - 7 = 0$$

$$x^2 - (\sqrt{7})^2 = 0$$

$$\iff (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff x - \sqrt{7} = 0 \text{ ou bien } x + \sqrt{7} = 0$$

$$\iff x = \sqrt{7} \text{ ou bien } x = -\sqrt{7}$$

$$\iff S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$$

### Exercice 7

1.  $(6x - 4)(3x - 8) + (6x - 4)(-4x + 4) = 0$

On observe que  $(6x - 4)$  est un facteur commun dans les deux termes :

$$(6x - 4)(3x - 8) + (6x - 4)(-4x + 4) = 0$$

$$\iff (6x - 4)((3x - 8) + (-4x + 4)) = 0$$

$$\iff (6x - 4)(-x - 4) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff 6x - 4 = 0 \text{ ou bien } -x - 4 = 0$$

$$\iff x = \frac{4}{6} \text{ ou } x = -\frac{4}{1}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -4; \frac{2}{3} \right\}$$

2.  $(-6x - 4)(-x + 2) - (-6x - 4)(-8x + 6) = 0$

On observe que  $(-6x - 4)$  est un facteur commun dans les deux termes :

$$(-6x - 4)(-x + 2) - (-6x - 4)(-8x + 6) = 0$$

$$\iff (-6x - 4)((-x + 2) - (-8x + 6)) = 0$$

$$\iff (-6x - 4)(-x + 2 + 8x - 6) = 0$$

$$\iff (-6x - 4)(7x - 4) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff -6x - 4 = 0 \quad \text{ou bien} \quad 7x - 4 = 0$$

$$\iff x = -\frac{4}{6} \quad \text{ou} \quad x = \frac{4}{7}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{4}{7} \right\}$$

$$3. (8x - 4)^2 + (8x - 4)(-4x - 3) = 0$$

$$(8x - 4)(8x - 4) + (8x - 4)(-4x - 3) = 0$$

On observe que  $(8x - 4)$  est un facteur commun dans les deux termes :

$$(8x - 4)(8x - 4) + (8x - 4)(-4x - 3) = 0$$

$$\iff (8x - 4)((8x - 4) + (-4x - 3)) = 0$$

$$\iff (8x - 4)(8x - 4 - 4x - 3) = 0$$

$$\iff (8x - 4)(4x - 7) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff 8x - 4 = 0 \quad \text{ou bien} \quad 4x - 7 = 0$$

$$\iff x = \frac{4}{8} \quad \text{ou} \quad x = \frac{7}{4}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{7}{4} \right\}$$

$$4. (-4x - 9)(-6x - 1) - (-4x - 9)^2 = 0$$

$$(-4x - 9)(-6x - 1) - (-4x - 9)(-4x - 9) = 0$$

On observe que  $(-4x - 9)$  est un facteur commun dans les deux termes :

$$(-4x - 9)(-6x - 1) - (-4x - 9)(-4x - 9) = 0$$

$$\iff (-4x - 9)((-6x - 1) - (-4x - 9)) = 0$$

$$\iff (-4x - 9)(-6x - 1 + 4x + 9) = 0$$

$$\iff (-4x - 9)(-2x + 8) = 0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$$\iff -4x - 9 = 0 \quad \text{ou bien} \quad -2x + 8 = 0$$

$$\iff x = -\frac{9}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{8}{2}$$

$$\text{On en déduit : } S = \left\{ -\frac{9}{4}; 4 \right\}$$

### Exercice 8

$$1. -13x < -11$$

On divise les deux membres par  $-13$ .

Comme  $-13$  est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-13x \div (-13) > -11 \div (-13)$$

$$x > \frac{-11}{-13}$$

$$x > \frac{11}{13}$$

$$\text{L'ensemble de solutions de l'inéquation est } S = \left] \frac{11}{13}; +\infty \right[.$$

$$2. 13x - 11 \geq 2$$

On ajoute 11 aux deux membres.

$$13x - 11 + 11 \geq 2 + 11$$

$$13x \geq 13$$

On divise les deux membres par 13.

$$13x \div 13 \geq 13 \div 13$$

$$x \geq \frac{13}{13}$$

$$x \geq 1$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = [1, +\infty[$ .

3.  $x - 8 < -4$

On ajoute 8 aux deux membres.

$$x - 8 + 8 < -4 + 8$$

$$x < 4$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = ]-\infty, 4[$ .

4.  $6x - 6 \geq 0$

On ajoute 6 aux deux membres.

$$6x - 6 + 6 \geq 0 + 6$$

$$6x \geq 6$$

On divise les deux membres par 6.

$$6x \div 6 \geq 6 \div 6$$

$$x \geq \frac{6}{6}$$

$$x \geq 1$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = [1, +\infty[$ .

### Exercice 9

1.  $x - 12 < 5$

On ajoute 12 aux deux membres.

$$x - 12 + 12 < 5 + 12$$

$$x < 17$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = ]-\infty, 17[$ .

2.  $-9x + 9 < -5$

On soustrait 9 aux deux membres.

$$-9x + 9 - 9 < -5 - 9$$

$$-9x < -14$$

On divise les deux membres par  $-9$ .

Comme  $-9$  est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-9x \div (-9) > -14 \div (-9)$$

$$x > \frac{-14}{-9}$$

$$x > \frac{14}{9}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = \left] \frac{14}{9}, +\infty \right[$ .

3.  $6x + 3 \geq 10x - 2$

On soustrait  $10x$  aux deux membres.

$$6x + 3 - 10x \geq 10x - 2 - 10x$$

$$-4x + 3 \geq -2$$

On soustrait 3 aux deux membres.

$$-4x + 3 - 3 \geq -2 - 3$$

$$-4x \geq -5$$

On divise les deux membres par  $-4$ .

Comme  $-4$  est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-4x \div (-4) \leq -5 \div (-4)$$

$$x \leq \frac{-5}{-4}$$

$$x \leq \frac{5}{4}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = \left] -\infty, \frac{5}{4} \right]$ .

4.  $5x - 6 < 0$

On ajoute 6 aux deux membres.

$$5x - 6 + 6 < 0 + 6$$

$$5x < 6$$

On divise les deux membres par 5.

$$5x \div 5 < 6 \div 5$$

$$x < \frac{6}{5}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = ]-\infty, \frac{6}{5}[$ .

#### Exercice 10

1.  $-7x + 8 < 6x + 3$

On soustrait  $6x$  aux deux membres.

$$-7x + 8 - 6x < 6x + 3 - 6x$$

$$-13x + 8 < 3$$

On soustrait 8 aux deux membres.

$$-13x + 8 - 8 < 3 - 8$$

$$-13x < -5$$

On divise les deux membres par  $-13$ .

Comme  $-13$  est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-13x \div (-13) > -5 \div (-13)$$

$$x > \frac{-5}{-13}$$

$$x > \frac{5}{13}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = ]\frac{5}{13}, +\infty[$ .

2.  $2x < -8$

On divise les deux membres par 2.

$$2x \div 2 < -8 \div 2$$

$$x < \frac{-8}{2}$$

$$x < -4$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = ]-\infty, -4[$ .

3.  $2x - 3 \geq 0$

On ajoute 3 aux deux membres.

$$2x - 3 + 3 \geq 0 + 3$$

$$2x \geq 3$$

On divise les deux membres par 2.

$$2x \div 2 \geq 3 \div 2$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = [\frac{3}{2}, +\infty[$ .

4.  $-13x + 7 \leq 11$

On soustrait 7 aux deux membres.

$$-13x + 7 - 7 \leq 11 - 7$$

$$-13x \leq 4$$

On divise les deux membres par  $-13$ .

Comme  $-13$  est négatif, l'inégalité change de sens.

$$-13x \div (-13) \geq 4 \div (-13)$$

$$x \geq \frac{4}{-13}$$

$$x \geq -\frac{4}{13}$$

L'ensemble de solutions de l'inéquation est  $S = [-\frac{4}{13}, +\infty[$ .

#### Exercice 11

En notant  $x$  le nombre choisi au départ :

On obtient avec le **programme 1** :

- Ajouter 5 :  $x + 5$ ;

- Prendre le carré du résultat :  $(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$ ;

On obtient avec le **programme 2** :

- Multiplier par 10 :  $x \times 10 = 10x$ ;
- Ajouter 32 :  $10x + 32$ .

Les deux programmes donnent le même résultat lorsque :

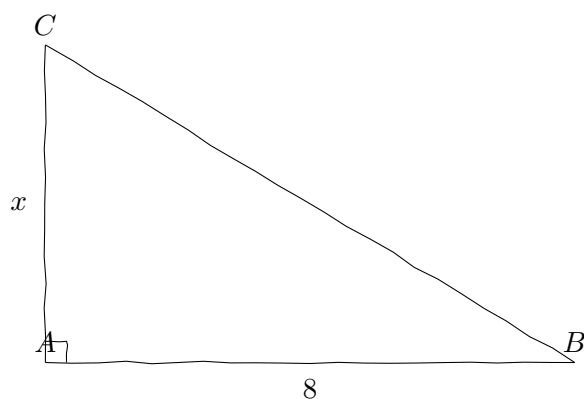
$$\begin{aligned}x^2 + 10x + 25 &= 10x + 32 \\x^2 + 10x + 25 - 10x &= 10x + 32 - 10x \\x^2 + 25 &= 32 \\x^2 + 25 - 25 &= 32 - 25 \\x^2 &= 7\end{aligned}$$

$$x = -\sqrt{7} \text{ ou } x = \sqrt{7}.$$

Quand on entre  $-\sqrt{7}$  ou  $\sqrt{7}$ , on obtient le même résultat avec les deux programmes.

### Exercice 12

On réalise une petite figure à main levée pour visualiser la situation :



carré de l'hypoténuse est égal à 73. On a donc  $BC^2 = 73$ .

Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ , d'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$64 + x^2 = 73$$

$$64 + x^2 - 64 = 73 - 64$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} \quad \text{car } x > 0$$

$$x = 3$$

La valeur de  $x$  cherchée est 3.

Le