Résoudre une inéquation du premier degré

I Vocabulaire

1 Vocabulaire (rappels) :

Définition :
On dit que :
- $2+4=6$ est une Égalité .
- $1<4$ est une **Inégalité**.
- $2x+4=6$ est une Équation du premier degré à une inconnue.
- $2x+4<6$ est une **Inéquation** du 1er degré à une inconnue.

Vidéo de cours

2 Notations

Rappels :
- $x>3$ se lit x strictement supérieur à 3
- $x\geq 3$ se lit x supérieur ou égal à 3
- $x<3$ se lit x strictement inférieur à 3
- $x\leq 3$ se lit x inférieur ou égal à 3

Exemple :

$3\geq 3$ est une inégalité vraie	$3\geq 5$ est une inégalité fausse	$1\leq 3$ est une inégalité vraie
$5<3$ est une inégalité vraie	$3>3$ est une inégalité fausse	$5\geq 3$ est une inégalité vraie

II Tester une inéquation

Exercice 1
Le nombre 3 est-il solution de cette inéquation $3x+2<10$?

Correction :

Méthode :
On remplace x par 3 dans $3x+2$ et on compare le résultat à 10

$3\times 3+2=11>10$
donc 3 n'est pas solution de cette inéquation.

Exercice 2
Le nombre 3 est-il solution de l' inéquation $-4x+1<x-7$?

Correction :

Méthode :
Il faut remplacer x par 3 dans les deux termes **séparément**, et comparer ensuite les résultats.

Pour $x=3$:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{D'une part : ,} & -4x+1=-4\times 3+1=-11\\ \text{D'autre part :} & x-7=3-7=-4\end{array}\right\}-11<-4 \quad \text{donc} \quad -4x+1<x-7 \quad \text{pour} \quad x=3$$

3 est donc bien solution de cette inéquation.

S'entraîner seul

Exercice 3
Le nombre -2 est-il solution de $3x - 5 < 1$?

Correction

S'évaluer

QCM 1

III Propriété de conservation des inégalités

Vidéo de cours

Inégalité et sommes
Si on ajoute ou si on soustrait les mêmes nombres aux deux membres d'une inégalité, on ne change pas le sens de l'inégalité.

Exemple :
$$\begin{aligned} x + 2 &\geq -1 \\ x + 2 - 2 &\geq -1 - 2 \\ x &\geq -3 \end{aligned}$$
on enlève 2 de chaque côté. L'inégalité est conservée.

Évident !
On a enlevé 2 de chaque côté de l'inégalité, le plus grand reste le plus grand. Comme quand on enlève 2 points à toutes les notes d'un devoir, cela ne change pas la hiérarchie, entre les meilleures et les plus faibles. Tout le monde descend de deux points, l'ordre est conservé.

Exercice 4
Soit a un réel vérifiant $a < 4$. Que dire de $a + 5$ et $a - 8$?

Correction :

- Que dire de $a + 5$? :
$$\begin{aligned} a &< 4 \\ a + 5 &< 4 + 5 \\ a + 5 &< 9 \end{aligned}$$
On ajoute 5 de chaque côté, le sens de l'inégalité est conservée

- Que dire de $a - 8$?
$$\begin{aligned} a &< 4 \\ a - 8 &< 4 - 8 \\ a - 8 &< -4 \end{aligned}$$
On enlève 8 de chaque côté, le sens de l'inégalité est conservée

S'évaluer

QCM 2

Inégalité et produit

Si on multiplie ou si on divise les deux membres d'une inégalité, par un même nombre :

- strictement positif, le sens de l'inégalité ne change pas.
- strictement négatif, **le sens de l'inégalité est inversé**.

Vidéo de cours

Pas évident du tout !!!!

Attention au gros problème de signes avec les inégalités, **uniquement quand on multiplie ou qu'on divise par un réel négatif**. Dans ce cas, **l'inégalité change de sens** !!!.

Exercice 5

Si $2x < 8$, que dire de x ?

Correction :

$$\begin{aligned} 2x &< 8 \\ \frac{2x}{2} &< \frac{8}{2} \\ x &< 4 \end{aligned}$$

On divise par 2 de chaque côté, $2 > 0$, le sens de l'inégalité est conservée

Exercice 6

Si $-3x < 8$, que dire de x ?

Correction :

$$\begin{aligned} -3x &< 8 \\ \frac{-3x}{-3} &> \frac{8}{-3} \\ x &> \frac{-8}{3} \end{aligned}$$

On divise par -3 de chaque côté, $-3 < 0$, ***le sens de l'inégalité est inversé*** *!!*

S'ÉVALUER

QCM 2

IV RÉSOUDRE UNE INÉQUATION

Méthode :

On résout une inéquation du premier degré à une inconnue, de la même façon qu'on résoudrait une équation correspondante. **Attention** !! Le sens de l'inégalité ne change que si on divise ou sì on multiplie chaque membre de l'inéquation par un nombre négatif.
Il faut conclure avec un intervalle solution.

S'ÉVALUER

Intervalles ??

Rappelez-vous bien des intervalles de $\mathbb{R}$?

QCM 3

Exercice 7

Résoudre : $3x < -4$

Correction :

$$\begin{aligned} 3x &< -4 \\ \frac{3x}{3} &< \frac{-4}{3} \\ x &< -\frac{4}{3} \\ S &= \left]-\infty ; -\frac{4}{3}\right[\end{aligned}$$

On divise par 3 de chaque côté, $3 > 0$, ***le sens de l'inégalité est conservé !!***

Attention !!

Ici, on divise par 3 qui est positif. Le fait que de l'autre côté, il y ait un nombre négatif, n'intervient pas dans l'opération. On divise bien par un nombre positif, donc le sens de l'inégalité ne change pas.

Méthode :

On conclut toujours par l'ensemble des solutions qui est ici un intervalle. Soyez vigilants avec les crochets : ouverts avec les symboles $<$ et $>$, et fermés avec $\leq$ et $\geq$.

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x + 1 > 3$

Correction :

$$\begin{aligned} 2x + 1 &> 3 \\ 2x + 1 - 1 &> 3 - 1 \\ 2x &> 2 \\ \frac{2x}{2} &> \frac{2}{2} \\ x &> 1 \\ S &=]1 ; +\infty[\end{aligned}$$

On enlève 1 de chaque côté, ***le sens de l'inégalité est conservé. !!***

On divise par 2 de chaque côté, $2 > 0$ donc ***le sens de l'inégalité est conservé. !!***

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-2x + 1 < 4$

Correction :

$$\begin{aligned} -2x + 1 &< 4 \\ -2x &< 4 - 1 \\ -2x &< 3 \\ x &> -\frac{3}{2} \\ S &= \left]-\frac{3}{2} ; +\infty\right[\end{aligned}$$

On enlève 1 de chaque côté, ***le sens de l'inégalité est conservé. !!***

On divise par -2 de chaque côté, $-2 < 0$ donc ***le sens de l'inégalité est inversé. !!***

S'entraîner seul

Et l'intervalle ??

Ces exercices ont été corrigés en vidéo à l'époque où ce chapitre était enseigné en classe de 3ème. On ne demandait pas de conclure par l'intervalle de $\mathbb{R}$ mais par une droite graduée.
Au lycée, on demande bien conclure avec l'intervalle et pas la droite graduée.

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $-4x+1<2$

Correction

Exercice 11

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $4-5x<2x+1$

Correction

Exercice 12

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x-3<4-3x$

Correction

Exercice 13

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2x-5<3+5x$

Correction

Exercices Mathalea

S'ÉVALUER

QCM 4