Évaluation de cours :

Le second degré

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2 + 5x + 1 = 0$ sans utiliser le discriminant, mais en utilisant la forme canonique du polynôme.

Exercice 2

Déterminer la forme canonique du polynôme P, défini pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$P(x) = -4x^2 - 40x - 95$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

- $3x^2 + 15x + 18 = 0$
- $x^2 + 2x + 20 = 0$

Évaluation de cours :

Le second degré

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2 + 5x + 1 = 0$ sans utiliser le discriminant, mais en utilisant la forme canonique du polynôme.

Exercice 2

Déterminer la forme canonique du polynôme P, défini pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$P(x) = -4x^2 - 40x - 95$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

- $3x^2 + 15x + 18 = 0$
- $x^2 + 2x + 20 = 0$

Évaluation de cours :

Le second degré

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2 + 5x + 1 = 0$ sans utiliser le discriminant, mais en utilisant la forme canonique du polynôme.

Exercice 2

Déterminer la forme canonique du polynôme P, défini pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$P(x) = -4x^2 - 40x - 95$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

- $3x^2 + 15x + 18 = 0$
- $x^2 + 2x + 20 = 0$

Éléments de correction :

Évaluation sur le second degré

Exercice 1 On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-3x^2+5x+1=0 \quad (1)$.
On commence par diviser les deux membres de l'égalité par le coefficient a qui vaut ici -3.
$(1) \iff \quad x^2-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}=0$
On reconnaît le début d'une identité remarquable : $\left(x-\frac{5}{6}\right)^2=x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}$
On en déduit que : $x^2-\frac{5}{3}x=\left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{25}{36}$
Il vient alors :

$$\begin{aligned} & x^2-\frac{5}{3}x-\frac{1}{3}=0 \\ \iff & \left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{25}{36}-\frac{1}{3}=0 \\ \iff & \left(x-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{37}{36}=0 \ (2) \end{aligned}$$

On reconnaît l'identité remarquable a^2-b^2 :
avec $a=\left(x-\frac{5}{6}\right)$ et $b=\sqrt{\frac{37}{36}}=\sqrt{\frac{37}{6^2}}=\frac{\sqrt{37}}{6}$

$$\begin{aligned} (2) \iff & \left(x-\frac{5}{6}-\frac{\sqrt{37}}{6}\right)\left(x-\frac{5}{6}+\frac{\sqrt{37}}{6}\right)=0 \\ \iff & \left(x-\frac{5+\sqrt{37}}{6}\right)\left(x-\frac{5-\sqrt{37}}{6}\right)=0 \end{aligned}$$

On applique la propriété du produit nul :
Soit $x-\frac{5+\sqrt{37}}{6}=0$, soit $x-\frac{5-\sqrt{37}}{6}=0$
Soit $x=\frac{5+\sqrt{37}}{6}$, soit $x=\frac{5-\sqrt{37}}{6}$. $\quad S=\left\{\frac{5-\sqrt{37}}{6};\frac{5+\sqrt{37}}{6}\right\}$

Exercice 2

$$\begin{aligned} P(x) &= -4x^2-40x-95 \\ &= -4\left(x^2+10x+\frac{95}{4}\right) \\ &= -4\left((x+5)^2-25+\frac{95}{4}\right) \\ &= -4\left((x+5)^2-\frac{5}{4}\right) \\ &= -4\,(x+5)^2+5 \end{aligned}$$

On a bien écrit le polynôme sous sa forme canonique $P(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$,
avec $\alpha=-5$ et $\beta=5$

Exercice 3

1. $\Delta=b^2-4ac=15^2-4\times3\times18=9$
   $\Delta>0$ donc l'équation admet deux solutions :
   $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
   $x_1=\frac{-15-\sqrt{9}}{6}=-3$
   $x_2=\frac{-15+\sqrt{9}}{6}=-2$
   L'ensemble des solutions de cette équation est :
   $\mathcal{S}=\{-3;-2\}$.
2. $\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times2\times(2)=-150$
   $\Delta<0$ donc l'équation n'admet aucune solution.
   L'ensemble des solutions de cette équation est :
   $\mathcal{S}=\emptyset$.