

## Variations de fonctions

### I Introduction

Vidéo en ligne

### II Sens de variation d'une fonction :

#### Définition 1 :

On considère une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $D$ .

o On dit que  $f$  est **croissante** sur  $D$ , si : Pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $D$  vérifiant  $a \leq b$ , on a  $f(a) \leq f(b)$

o On dit que  $f$  est **décroissante** sur  $D$ , si : pour tous réels  $a$  et  $b$  de  $D$  vérifiant  $a \leq b$ , on a  $f(a) \geq f(b)$

#### Propriété 1 :

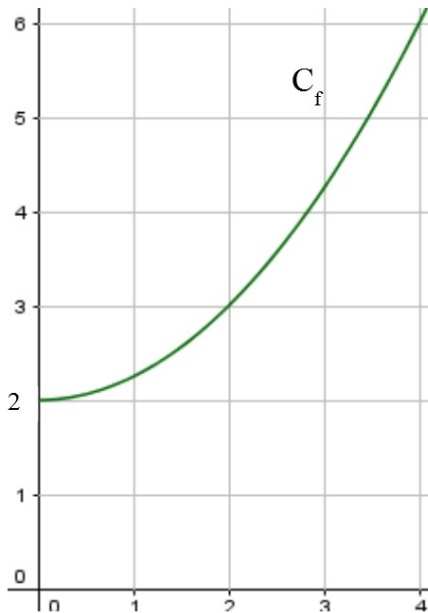
Quand une fonction est croissante sur un intervalle, les antécédents et les images sont rangés dans le même ordre.

#### Propriété 2 :

Quand une fonction est décroissante sur un intervalle, les antécédents et les images sont rangés dans l'ordre inverse.

### III Tableau de variations :

#### Exemple 1 :

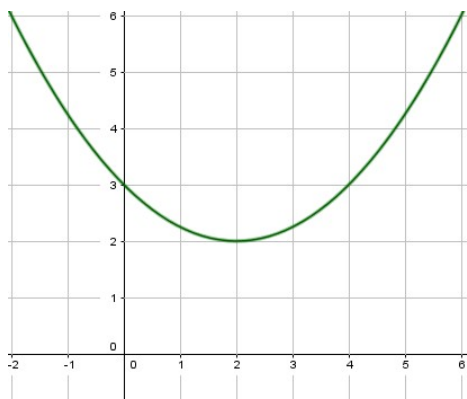


La fonction  $f$  est croissante sur  $[0; 4]$ .

On peut résumer ces informations dans un tableau :

$x$	0	4
$f(x)$	2	6

An arrow points from the value 2 in the  $f(x)$  row to the value 6 in the  $f(x)$  row, indicating the increasing nature of the function.

**Exemple 2 :**

La fonction  $f$  est décroissante sur  $[-2; 2]$  et croissante sur  $[2; 6]$ .

On peut résumer ces informations dans un tableau :

$x$	-2	2	6
$f(x)$	6	2	6

**IV Extréma d'une fonction :****Définition 1 :**

Le **Maximum** d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  est, s'il existe, la plus **grande** valeur des images  $f(x)$  pour tout réel  $x$  appartenant à  $I$ .

$x$	a	$\alpha$	b
$f(x)$		$\beta$	

On a  $f(\alpha) = \beta$

**Définition 2 :**

Le **minimum** d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  est, s'il existe, la plus **petite** valeur des images  $f(x)$  pour tout réel  $x$  appartenant à  $I$ .

**V Analyser les variations d'une fonction****A Comparer les images de deux nombres d'un intervalle, lorsque le sens de variation est donné****Exemple 1 :**

La fonction  $f$  est décroissante sur  $]-\infty; -1]$  et sur  $[3; +\infty[$  et croissante sur  $[-1; 3]$ .

On sait d'autre part que  $f(-4) = f(3)$  et  $f(5) = f(-1)$

1. Peut-on comparer

- $f(4)$  et  $f(-4) = f(3)$  ?
- $f(-3)$  et  $f(-1)$  ?
- $f(4)$  et  $f(2)$  ?
- $f(-4)$  et  $f(5)$  ?

2. Pour  $x \in [-1; 7]$ , comparer  $f(x)$  et  $f(3)$

3. Pour  $x \in ]-\infty; 5]$ , comparer  $f(x)$  et  $f(-1)$

Correction en vidéo en ligne

**B Interpréter les informations données par un tableau de variations ou une courbe (minimum, maximum, images, ...)**

**Exemple 1 :**

Le tableau de variations ci-dessous, donne les variations d'une fonction  $f$  sur  $[-3; 4]$ .

$x$	-3	-2	1	4
$f(x)$	5	0	2	-1

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$   
 5 → 0 → 2 → -1

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie, fausse, ou bien si les renseignements sont insuffisants pour conclure.

1. a. Le point  $A(1; 2)$  appartient à la courbe représentative de  $f$ .  
b. Le point  $B(2; 1)$  appartient à la courbe représentative de  $f$ .
2. a.  $f(-2, 5) > 0$   
b.  $f(3) > 0$
3.  $f$  est positive ou nulle sur  $[-3; 1]$ .
4.  $f$  est strictement croissante sur  $[0; 2]$ .
5. La courbe de  $f$  et l'axe des abscisses ont deux points communs.
6. Si  $x \in ]-3; 1[$ , alors  $f(x) \in [0; 5[$ .

Correction en vidéo en ligne

## VI Préparer l'évaluation :

**Exercice 1 :**

$f$  est une fonction définie sur l'intervalle  $[-7; 8]$ , on donne son tableau de variations :

$x$	-7	-3	1	3	8
$f$	1	5	-2	0	-4

$\nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$        $\searrow$   
 1 → 5 → -2 → 0 → -4

Compléter avec "<" ou ">" en expliquant :

- a.  $f(-6) \dots f(-4)$
  - b.  $f(-2) \dots f(-1)$
  - c.  $f(4) \dots f(5)$
  - d.  $f(-4) \dots f(2)$
2. Quel est le maximum de cette fonction sur  $[-7; 8]$  ?

Correction en vidéo en ligne