RAPPELS ET COORDONNÉES

EX 1

2G10-2

1. $ZSOM$ est un parallélogramme tel que ses diagonales $[ZO]$ et $[SM]$ sont perpendiculaires. Déterminer la nature de $ZSOM$ en justifiant la réponse.
2. $MEOR$ est un parallélogramme tel que ses côtés $[ME]$ et $[EO]$ ont la même longueur. Déterminer la nature de $MEOR$ en justifiant la réponse.
3. $UIVL$ est un parallélogramme tel que ses diagonales $[UV]$ et $[IL]$ ont la même longueur. Déterminer la nature de $UIVL$ en justifiant la réponse.
4. $OVCX$ est un parallélogramme tel que ses côtés $[OV]$ et $[VC]$ sont perpendiculaires et de même longueur.
   Déterminer la nature de $OVCX$ en justifiant la réponse.
5. $FXRS$ est un parallélogramme tel que ses diagonales $[FR]$ et $[XS]$ ont la même longueur et sont perpendiculaires.
   Déterminer la nature de $FXRS$ en justifiant la réponse.
6. $EPJV$ est un parallélogramme tel que ses côtés $[EP]$ et $[PJ]$ sont perpendiculaires. Déterminer la nature de $EPJV$ en justifiant la réponse.

EX 2

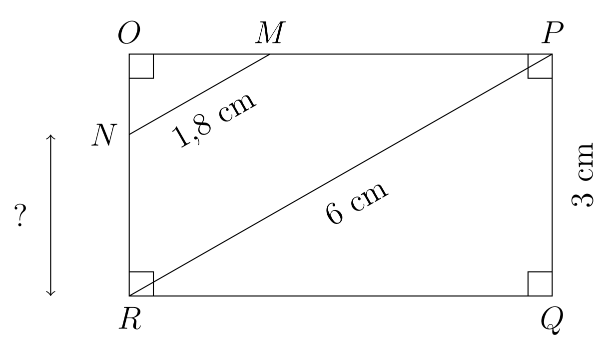
2G11-1

1. $DEFG$ est un rectangle tel que $DE = 2{,}7$ cm et $EF = 3{,}6$ cm.
   Calculer DF.
2. $HIJK$ est un parallélogramme de centre O tel que $HO = 13$ cm, $HI = 83$ cm et $IO = 84$ cm.
   $HIJK$ est-il un losange ?

EX 3

2G11-2

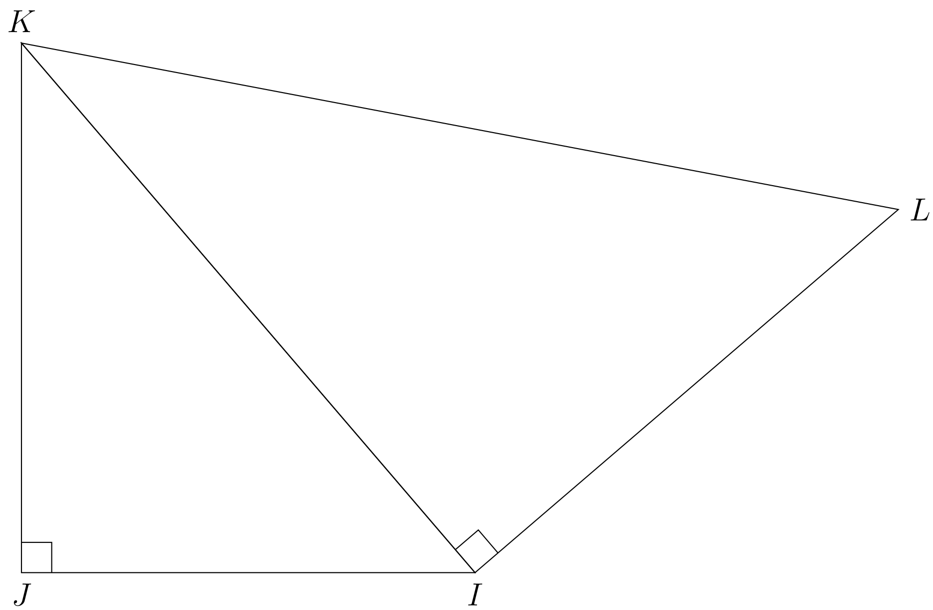
Sur la figure ci-dessous $OPQR$ est un rectangle et (MN) est parallèle à la diagonale (PR). Calculer la longueur RN au millimètre près.



RAPPELS ET COORDONNÉES

EX 4 Calculer la mesure de tous les angles de cette figure.

2G11-3



On a $JI = 6$ cm, $IL = 7{,}4$ cm et $\widehat{JIK} = 50$.

EX 5 Calculer, en détaillant, le volume des solides donnés. Arrondir à l'unité.

2G11-5

1. Un cylindre de 9 cm de rayon et de 9,2 dm de hauteur en cm^3.
2. Un pavé droit de 3 cm de largeur, de 0,9 dm de longueur et de 60 mm de hauteur en cm^3.
3. Une pyramide de hauteur 3,3 m et dont la base est un carré de 10 dm et de hauteur correspondante 33 cm en dm^3.
4. Une boule de 4 mm de rayon en mm^3.

EX 6

2G12-1

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(-5; 0)$ et $B\,(-1; -4)$
Calculer la distance AB en justifiant le calcul.
2. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(-4; 5)$ et $B\,(1; -2)$
Calculer la distance AB en justifiant le calcul.

EX 7

2G12-1

RAPPELS ET COORDONNÉES

1. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on donne les points suivants : $A\,(-1;-4)$; $B\,(5;-10)$.
Le point $C\,(8;2)$ appartient-il au cercle de centre A et passant par B ?

2. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on donne les points suivants : $A\,(4;4)$; $B\,(-3;6)$.
Le point $C\,(3;-3)$ appartient-il à la médiatrice du segment $[AB]$?

EX 8

2G12-2

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(4;2)$ et $B\,(1;-8)$
Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment $[AB]$

2. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(-5;-1)$ et $B\,(2;8)$
Déterminer les coordonnées du point M milieu du segment $[AB]$

EX 9

2G12-2

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(4;-3)$ et $M\,(0;2)$
Déterminer les coordonnées du point B tel que M soit le milieu du segment $[AB]$

2. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(-2;1)$ et $M\,(-4;3)$
Déterminer les coordonnées du point B tel que M soit le milieu du segment $[AB]$

EX 10

2G12-3

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les 4 points suivants :
$A\,(1;-4)$; $B\,(-3;-1)$. $C\,(4;1)$; $D\,(2;4)$.
Déterminer si le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.

2. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les 4 points suivants :
$A\,(4;0)$; $B\,(-1;5)$. $C\,(-2;4)$; $D\,(-7;9)$.
Déterminer si le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.

EX 11

2G12-4

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points suivants : $A\,(2;5)$; $B\,(-1;8)$ et $C\,(-1;2)$
Déterminer la nature du triangle ABC

2. Dans un repère orthonormé (O,I,J), on donne les 4 points suivants :
$A\,(-5;-3)$; $B\,(-7;1)$. $C\,(-7;-4)$; $D\,(-9;0)$.
Démontrer que $ABDC$ est un rectangle.

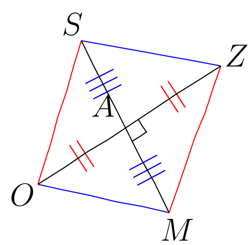
RAPPELS ET COORDONNÉES

RAPPELS ET COORDONNÉES

Corrections

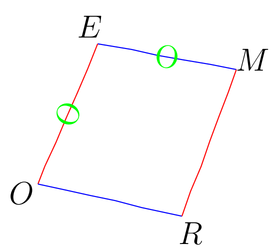
EX 1

1. Les segments de même couleur sont parallèles sur le schéma suivant :



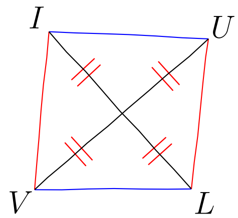
On sait que $[ZO] \perp [SM]$.
Si un parralélogramme a des diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
$ZSOM$ est donc un losange.

2. Les segments de même couleur sont parallèles sur le schéma suivant :



On sait que $ME = EO$.
Si un parralélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
$MEOR$ est donc un losange.

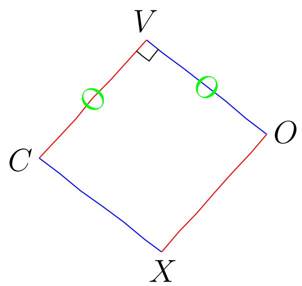
3. Les segments de même couleur sont parallèles sur le schéma suivant :



RAPPELS ET COORDONNÉES

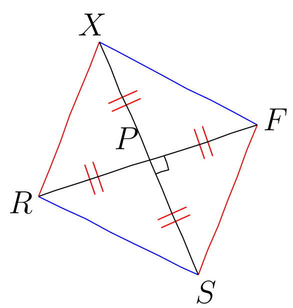
On sait que $UV = IL$.
Si un parralélogramme a des diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.
$UIVL$ est donc un rectangle.

4. Les segments de même couleur sont parallèles sur le schéma suivant :



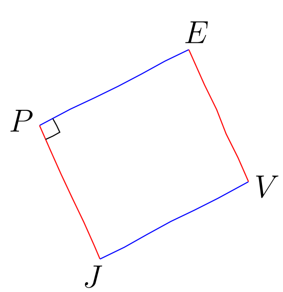
On sait que $[OV] \perp [VC]$ et $OV = VC$.
Si un parralélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.
$OVCX$ est donc un carré.

5. Les segments de même couleur sont parallèles sur le schéma suivant :



On sait que $[FR] \perp [XS]$ et $FR = XS$.
Si un parralélogramme a des diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.
$FXRS$ est donc un carré.

6. Les segments de même couleur sont parallèles sur le schéma suivant :



RAPPELS ET COORDONNÉES

On sait que $[EP] \perp [PJ]$.
Si un parralélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires, alors c'est un rectangle.
$EPJV$ est donc un rectangle.

EX 2

1. $DEFG$ est un rectangle donc il possède 4 angles droits et DEF est un triangle rectangle en E.

   D'après le théorème de Pythagore, on a : $DF^2 = DE^2 + EF^2 = 2{,}7^2 + 3{,}6^2 = 20{,}25$.

   Finalement, $DF = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$ cm.

2. Dans le triangle HOI, le plus grand côté est $[HI]$.

   $HI^2 = 83^2 = 6\ 889$

   $HO^2 + OI^2 = 13^2 + 84^2 = 7\ 225$

   On constate que $HI^2 \neq HO^2 + OI^2$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc HOI n'est pas un triangle rectangle.

   Si $HIJK$ était un losange alors ses diagonales devraient être perpendiculaires et HOI devrait être un triangle rectangle.

   Finalement comme HOI n'est pas un triangle rectangle, $HIJK$ n'est pas un losange.

EX 3

Dans le triangle OPR, M est un point de $[OP]$, N est un point de $[OR]$ et (MN) est parallèle à (PR) donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{OM}{OP} = \frac{ON}{OR} = \frac{MN}{PR}$$

$$\frac{OM}{OP} = \frac{ON}{3} = \frac{1{,}8}{6}$$

$$ON = \frac{3 \times 1{,}8}{6} = 0{,}9 \text{ cm}$$

RAPPELS ET COORDONNÉES

Les points O, N et R sont alignés dans cet ordre donc $NR = OR - ON = 3 - 0{,}9 = 2{,}1$ cm.

EX 4

KJI est rectangle en J donc $\cos\left(\widehat{JIK}\right) = \dfrac{JI}{IK}$ soit $\cos(50) = \dfrac{6}{IK}$ et $IK = \dfrac{6}{\cos(50)} \approx 9{,}3$ cm.

KIL est rectangle en I donc $\tan\left(\widehat{IKL}\right) = \dfrac{IL}{IK}$ soit $\tan\left(\widehat{IKL}\right) \approx \dfrac{7{,}4}{9{,}3}$ et $\widehat{IKL} = \arctan\left(\dfrac{7{,}4}{9{,}3}\right) \approx 39°$.

La somme des angles d'un triangle est égale à 180° donc $\widehat{JKI} = 180 - 90 - 50 = 40$.

De même, $\widehat{KLI} \approx 180 - 90 - 39 \approx 51$.

EX 5

1. $\mathcal{V} = \pi \times R^2 \times h = \pi \times (9 \text{ cm})^2 \times 9{,}2 \text{ dm} = \pi \times 81 \text{ cm}^2 \times 92 \text{ cm} = 7\ 452\pi \text{ cm}^3 \text{ cm}^3$
2. $\mathcal{V} = l \times L \times h = 3 \text{ cm} \times 0{,}9 \text{ dm} \times 60 \text{ mm} = 3 \text{ cm} \times 9 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 162 \text{ cm}^3$
3. $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h = \dfrac{1}{3} \times (10 \text{ dm})^2 \times 3{,}3 \text{ m} = \dfrac{1}{3} \times 100 \text{ dm}^2 \times 33 \text{ dm} = 1\ 100 \text{ dm}^3$
4. $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times (4 \text{ mm})^3 = \dfrac{256}{3}\pi \text{ mm}^3 \approx 268 \text{ mm}^3$

RAPPELS ET COORDONNÉES

EX 6

1. On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors on a : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

On applique la relation à l'énoncé : $AB=\sqrt{(-1-(-5))^2+(-4-0)^2}$

$$AB=\sqrt{16+16}$$
$$AB=\sqrt{32}$$
$$AB=4\sqrt{2}$$

2. On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors on a : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

On applique la relation à l'énoncé : $AB=\sqrt{(1-(-4))^2+(-2-5)^2}$

$$AB=\sqrt{25+49}$$
$$AB=\sqrt{74}$$

EX 7

1. Le point C appartient au cercle de centre A et passant par B si et seulement si $CA=CB$.
On calcule séparément donc ces deux distances :
On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors on a : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

On applique la relation à l'énoncé : $AB=\sqrt{(5-(-1))^2+(-10-(-4))^2}$

$$AB=\sqrt{36+36}$$
$$AB=\sqrt{72}$$
$$AB=6\sqrt{2}$$

De même : $AC=\sqrt{(8-(-1))^2+(2-(-4))^2}$

$$AC=\sqrt{81+36}$$
$$AC=\sqrt{117}$$
$$AC=3\sqrt{13}$$

On observe que $AC\neq AB$ donc le point C n'appartient pas au cercle de centre A et passant par B

2. Le point C appartient à la médiatrice du segment $[AB]$ si et seulement si $CA=CB$.
On calcule séparément donc ces deux distances :

RAPPELS ET COORDONNÉES

On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors on a : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

On applique la relation à l'énoncé : $CB=\sqrt{(-3-3)^2+(6-(-3))^2}$

$$CB=\sqrt{36+81}$$

$$CB=\sqrt{117}$$

De même : $AC=\sqrt{(3-4)^2+(-3-4)^2}$

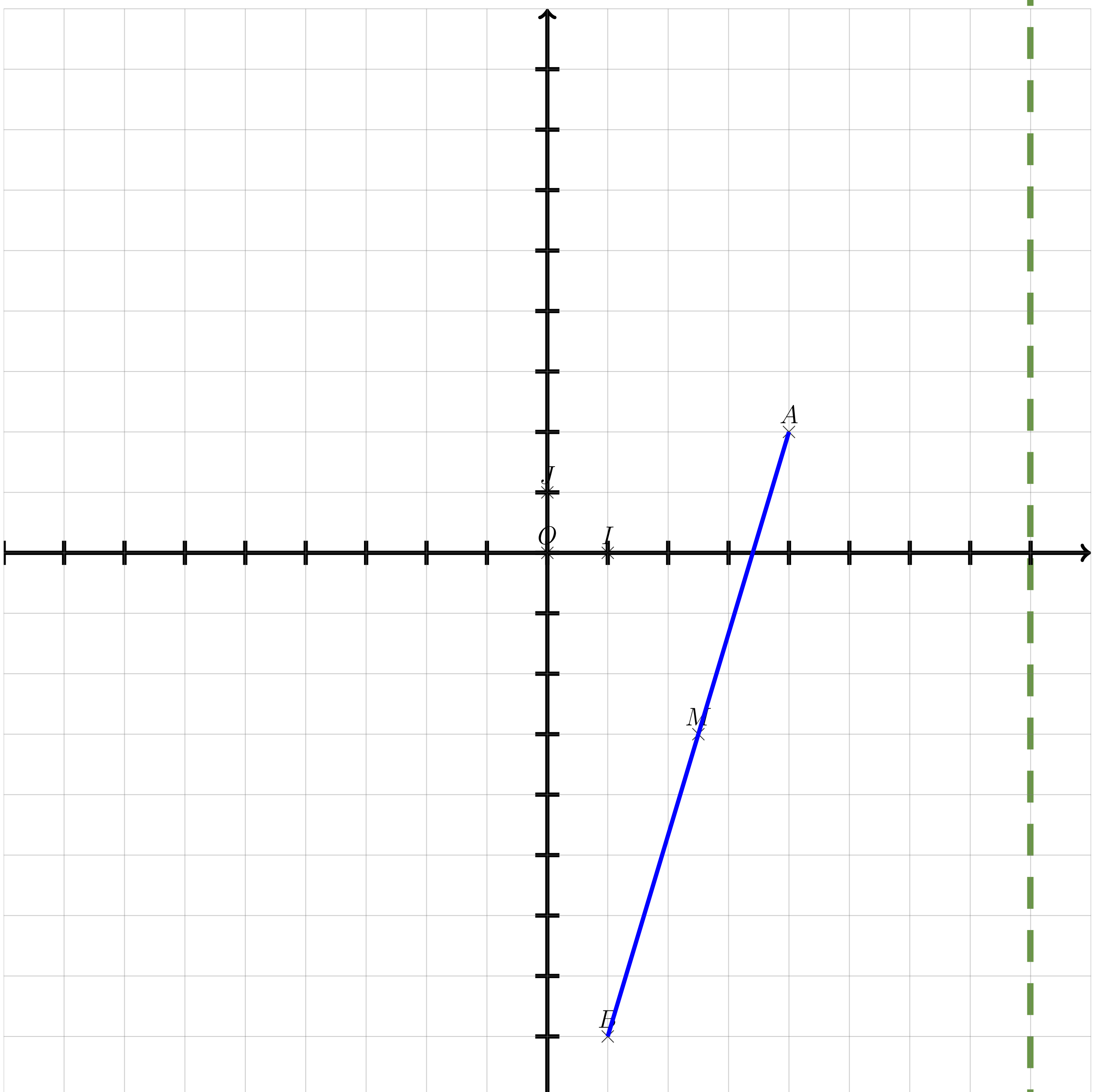
$AC=\sqrt{1+49}$

$AC=\sqrt{50}$

$$AC=5\sqrt{2}$$

On observe que $AC\neq CB$ donc le point C n'appartient pas à la médiatrice du segment $[AB]$

EX 8

1. 

On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé,

RAPPELS ET COORDONNÉES

alors les coordonnées du point M milieu de $[AB]$ sont $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

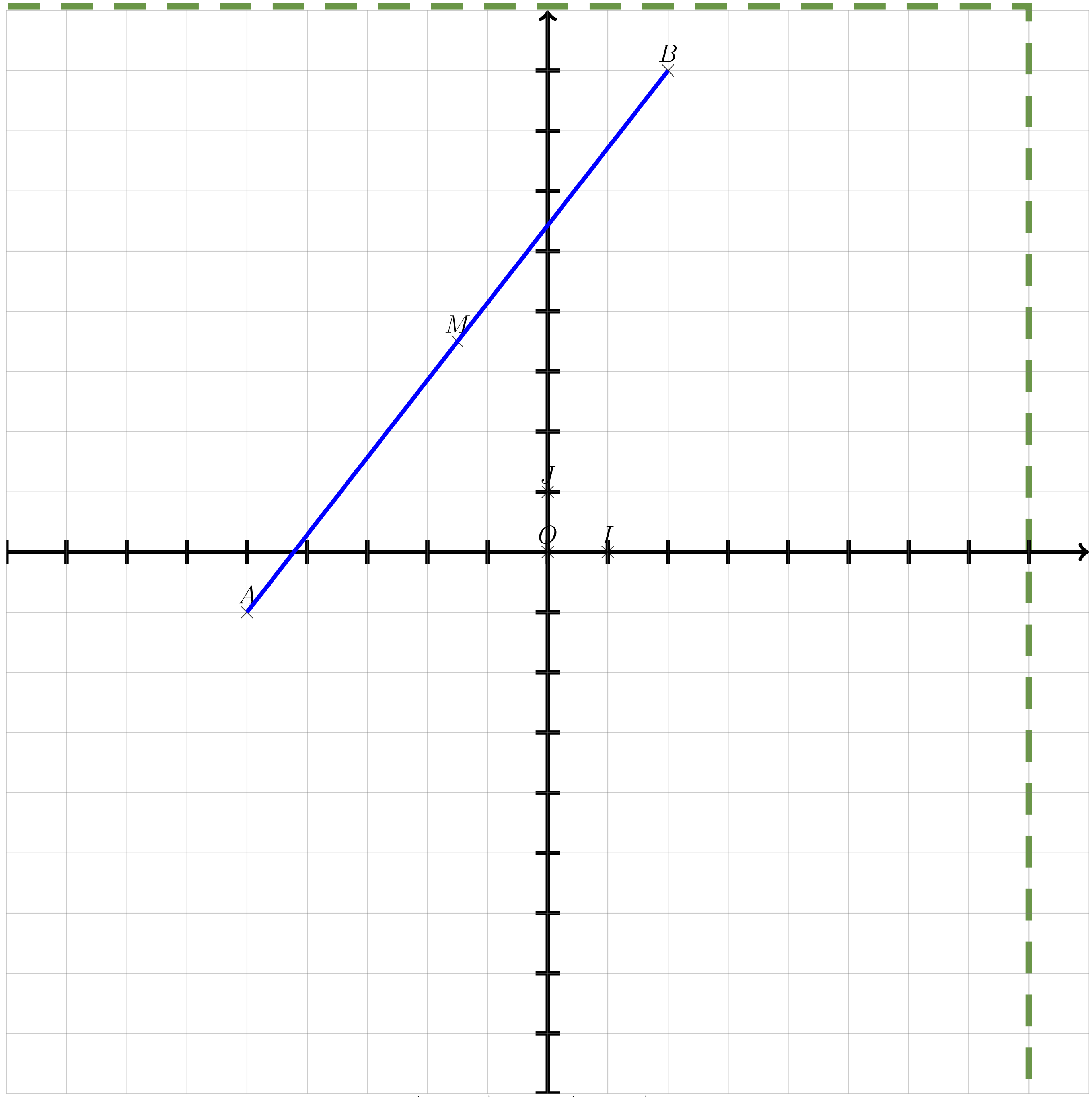
On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_M = \dfrac{4+1}{2} \\ y_M = \dfrac{2+(-8)}{2} \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} x_M = \dfrac{5}{2} \\ y_M = \dfrac{-6}{2} \end{cases}$

Ce qui donne au final : $M\left(\dfrac{5}{2};-3\right)$

RAPPELS ET COORDONNÉES

2.



On sait d'après le cours, que si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé,
alors les coordonnées du point M milieu de $[AB]$ sont $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

RAPPELS ET COORDONNÉES

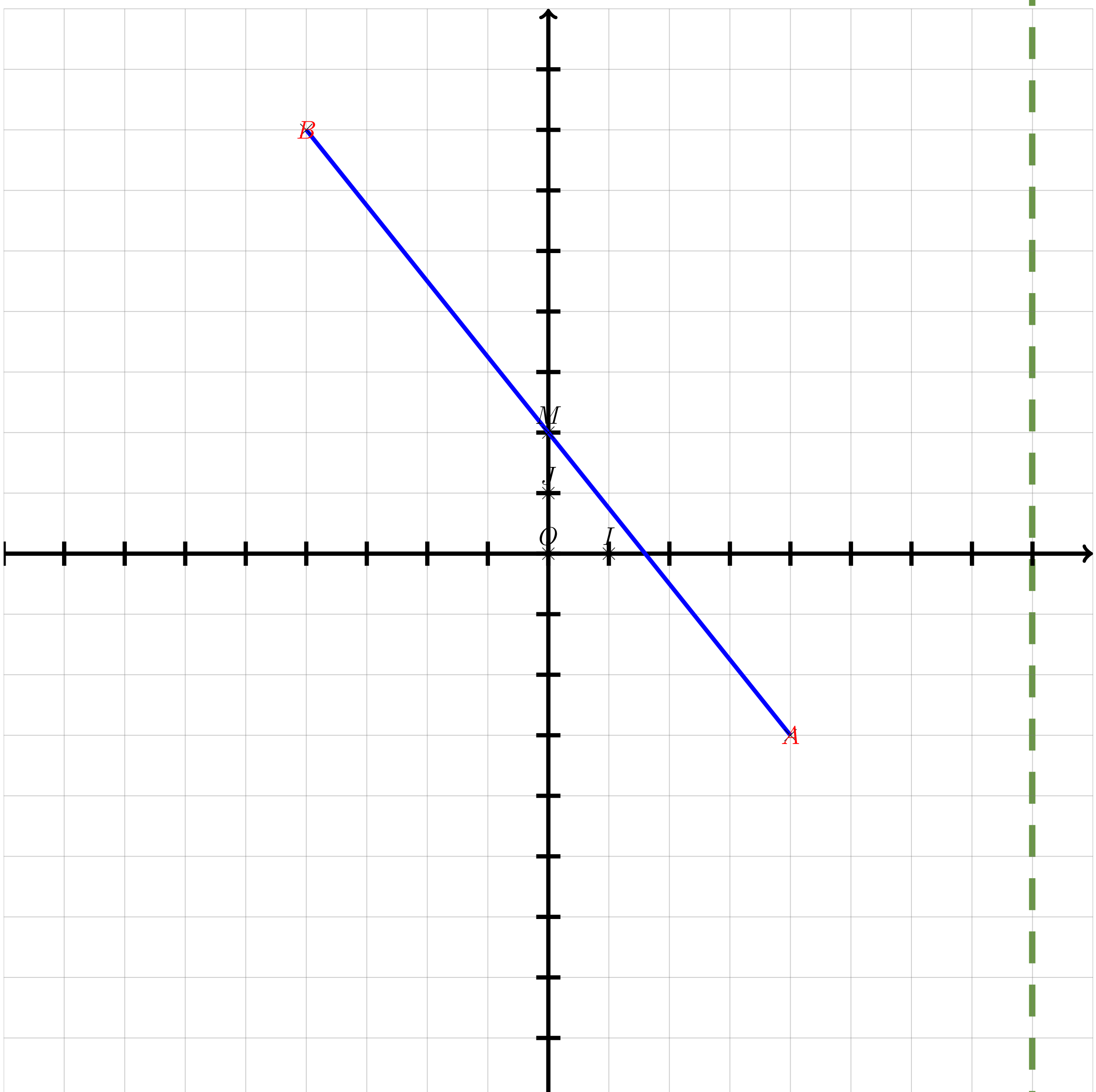
On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_M = \dfrac{-5+2}{2} \\ y_M = \dfrac{-1+8}{2} \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} x_M = \dfrac{-3}{2} \\ y_M = \dfrac{7}{2} \end{cases}$

Ce qui donne au final : $M\left(\dfrac{-3}{2};\dfrac{7}{2};\right)$

EX 9

1.



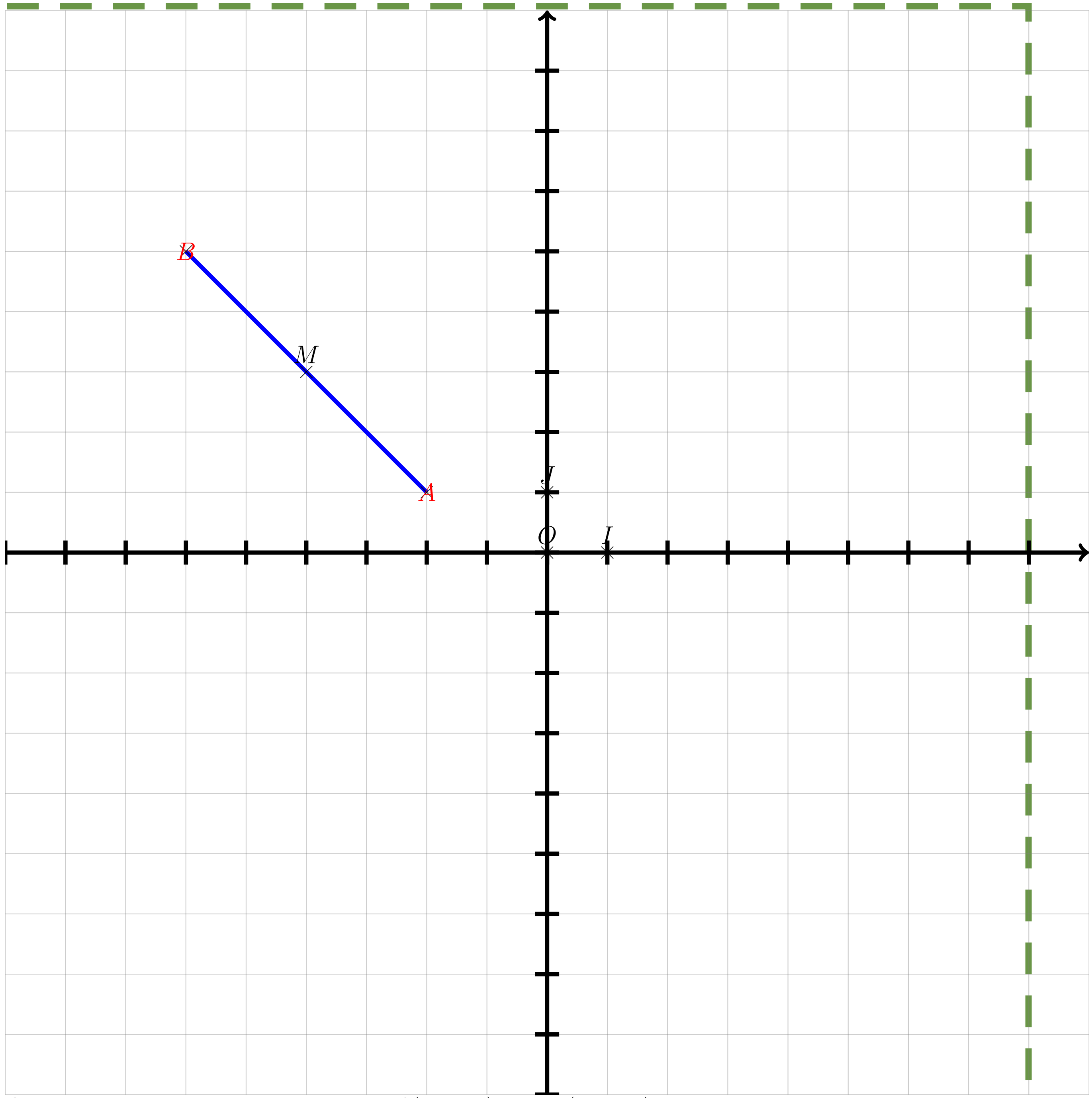
On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors les coordonnées du point M milieu de $[AB]$ sont $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases}0=\dfrac{4+x_B}{2}\\2=\dfrac{-3+y_B}{2}\end{cases} \iff \begin{cases}x_B=2\times 0-4\\y_B=2\times 2-(-3)\end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases}x_B=-4\\y_B=7\end{cases}$

Au final : $B\,(-4;7)$

RAPPELS ET COORDONNÉES

2. 

On sait d'après le cours, que si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé,

alors les coordonnées du point M milieu de $[AB]$ sont $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

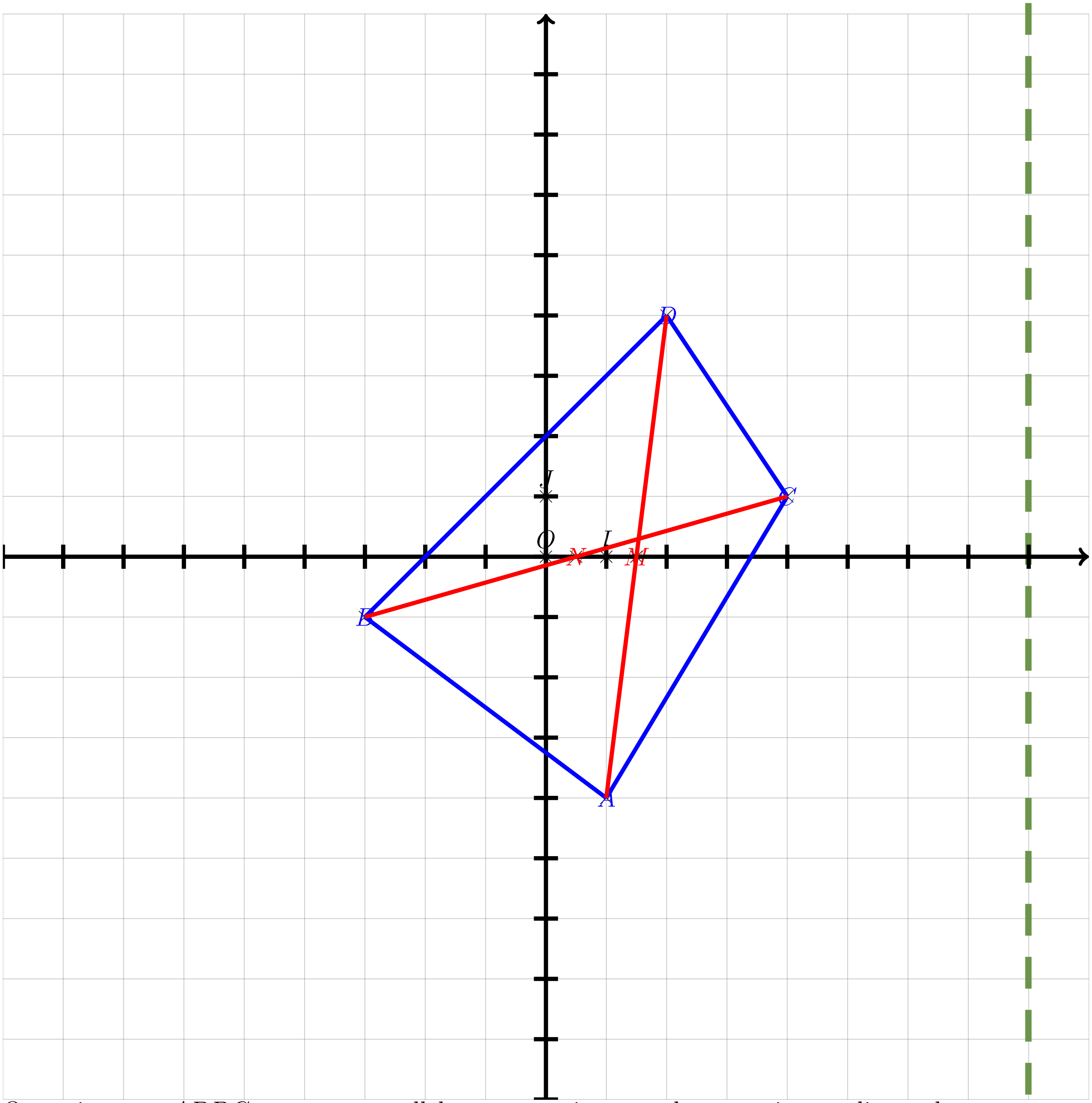
RAPPELS ET COORDONNÉES

On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases}-4 = \dfrac{-2+x_B}{2}\\ 3 = \dfrac{1+y_B}{2}\end{cases} \iff \begin{cases}x_B = 2\times -4-(-2)\\ y_B = 2\times 3-1\end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases}x_B = -6\\ y_B = 5\end{cases}$

Au final : $B\,(-6;5)$

EX 10

1. 

On sait que $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.
On cherche donc les coordonnées du milieu de chacune des deux diagonales du

quadrilatère.
On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $D(x_D;y_D)$ sont deux points d'un repère, alors les coordonnées du point M milieu de $[AD]$ sont $M\left(\dfrac{x_A+x_D}{2};\dfrac{y_A+y_D}{2}\right)$

On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_M=\dfrac{1+2}{2} \\ y_M=\dfrac{-4+4}{2} \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} x_M=\dfrac{3}{2} \\ y_M=\dfrac{0}{2} \end{cases}$

Ce qui donne au final : $M\left(\dfrac{3}{2};0\right)$

Les coordonnées du point N milieu de $[BC]$ sont $N\left(\dfrac{x_B+x_C}{2};\dfrac{y_B+y_C}{2}\right)$

On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_N=\dfrac{-3+4}{2} \\ y_N=\dfrac{-1+1}{2} \end{cases}$

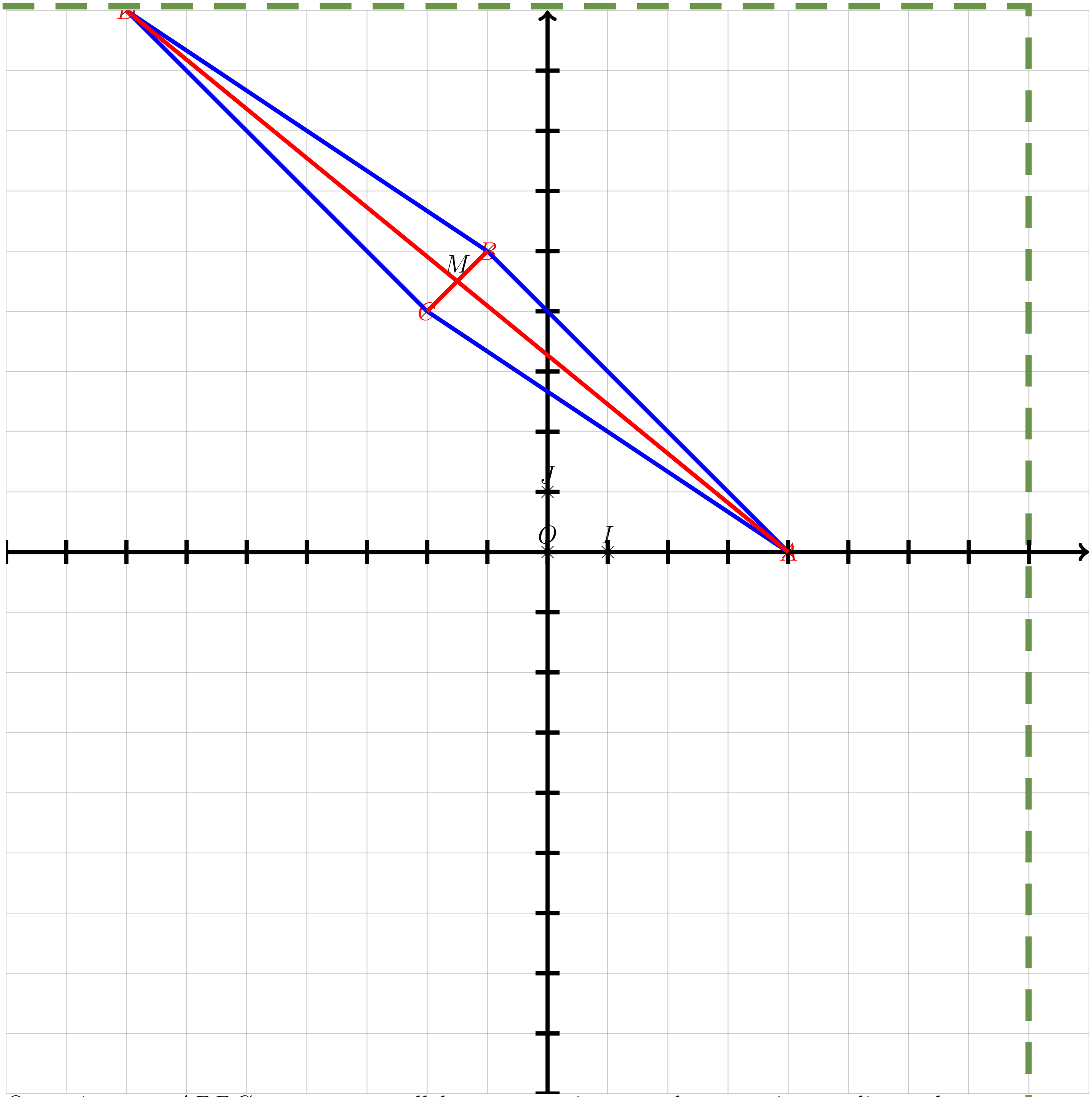
On en déduit : $\begin{cases} x_N=\dfrac{1}{2} \\ y_N=\dfrac{0}{2} \end{cases}$

Ce qui donne au final : $N\left(\dfrac{1}{2};0\right)$

On observe que M et N n'ont pas les mêmes coordonnées, donc les deux diagonales du quadrilatère ne se coupent pas en leur milieu.
$ABDC$ n'est donc pas un parallélogramme.

RAPPELS ET COORDONNÉES

2.



On sait que $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.
On cherche donc les coordonnées du milieu de chacune des deux diagonales du quadrilatère.
On sait d'après le cours, que si $A(x_A; y_A)$ et $D(x_D; y_D)$ sont deux points d'un repère ,

RAPPELS ET COORDONNÉES

alors les coordonnées du point M milieu de $[AD]$ sont $M\left(\dfrac{x_A+x_D}{2};\dfrac{y_A+y_D}{2}\right)$

On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_M = \dfrac{4+(-7)}{2} \\ y_M = \dfrac{0+9}{2} \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} x_M = \dfrac{-3}{2} \\ y_M = \dfrac{9}{2} \end{cases}$

Ce qui donne au final : $M\left(\dfrac{-3}{2};\dfrac{9}{2};\right)$

Les coordonnées du point N milieu de $[BC]$ sont $N\left(\dfrac{x_B+x_C}{2};\dfrac{y_B+y_C}{2}\right)$

On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_N = \dfrac{-1+(-2)}{2} \\ y_N = \dfrac{5+4}{2} \end{cases}$

On en déduit : $\begin{cases} x_N = \dfrac{-3}{2} \\ y_N = \dfrac{9}{2} \end{cases}$

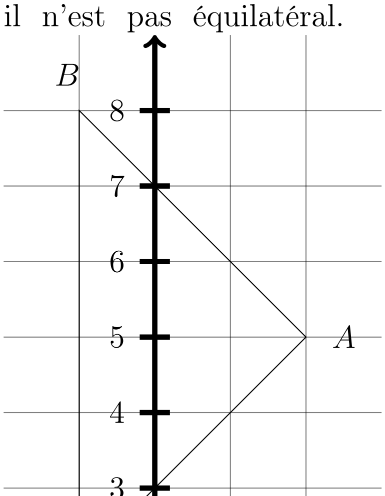
Ce qui donne au final : $N\left(\dfrac{-3}{2};\dfrac{9}{2};\right)$

On observe que M et N ont les mêmes coordonnées, donc les deux diagonales du quadrilatère se coupent en leur milieu.
$ABDC$ est donc un parallélogramme.

RAPPELS ET COORDONNÉES

EX 11

1. A partir du repère, on a envie de prouver queABC est un triangle isocèle en A.
On calcule donc séparément les distances AB et AC
On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors on a : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$
On applique la relation à l'énoncé : $AB=\sqrt{(-1-2)^2+(8-5)^2}$
$AB=\sqrt{9+9}$
$AB=\sqrt{18}$
$AB=3\sqrt{2}$
De même : $AC=\sqrt{(-1-2)^2+(2-5)^2}$
$AC=\sqrt{9+9}$
$AC=\sqrt{18}$
$AB=3\sqrt{2}$
On observe que $AC=AB$ donc le triangle ABC est isocèle.
On calcule BC pour vérifier s'il est ou non équilatéral.
On obtient : $BC=\sqrt{0+36}=\sqrt{36}$
Le triangle ABC est simplement isocèle, il n'est pas équilatéral.



,
alors les coordonnées du point I milieu de $[AD]$ sont $I\left(\dfrac{x_A+x_D}{2};\dfrac{y_A+y_D}{2}\right)$
On applique la relation a l'enonce : $\begin{cases} x_I=\dfrac{-5+(-9)}{2} \\ y_I=\dfrac{-3+0}{2} \end{cases}$
On en déduit : $\begin{cases} x_I=\dfrac{-14}{2} \\ y_I=\dfrac{-3}{2} \end{cases}$
Ce qui donne au final : $I\left(-7;\dfrac{-3}{2}\right)$
Les coordonnées du point J milieu de $[BC]$ sont $J\left(\dfrac{x_B+x_C}{2};\dfrac{y_B+y_C}{2}\right)$
On applique la relation à l'énoncé : $\begin{cases} x_J=\dfrac{-7+(-7)}{2} \\ y_J=\dfrac{1+(-4)}{2} \end{cases}$
On en déduit : $\begin{cases} x_J=\dfrac{-14}{2} \\ y_J=\dfrac{-3}{2} \end{cases}$
Ce qui donne au final : $J\left(-7;\dfrac{-3}{2}\right)$
On observe que I et J ont les mêmes coordonnées, donc les deux diagonales du quadrilatère se coupent en leur milieu.
$ABDC$ est donc un parallélogramme.
On calcule maintenant les diagonales de $ABDC$: AD et BC par exemple.
On sait d'après le cours, que si $A(x_A;y_A)$ et $D(x_D;y_D)$ sont deux points d'un repère orthonormé, alors on a : $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}$.
On applique la relation à l'énoncé : $AD=\sqrt{(-9-(-5))^2+(0-(-3))^2}$
$AD=\sqrt{16+9}$

RAPPELS ET COORDONNÉES