MathALEA

Devoir Surveillé Type Brevet

ARITHMÉTIQUE ET THALÈS

EX 1

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

— AUREL : Belle pêche! Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché?

— ANTOINE : En tout, je vais pouvoir vendre au marché 30 poissons et 500 coquillages.

Antoine est un pêcheur professionnel. Il veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons. Il souhaite concevoir le plus grand nombre possible de paniers identiques. Enfin, il voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson dans son congélateur.

1. Combien de paniers au maximum Antoine pourra t-il concevoir? Justifier.

2. Quelle sera la composition de chaque panier? Justifier.

EX 2

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1.

Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

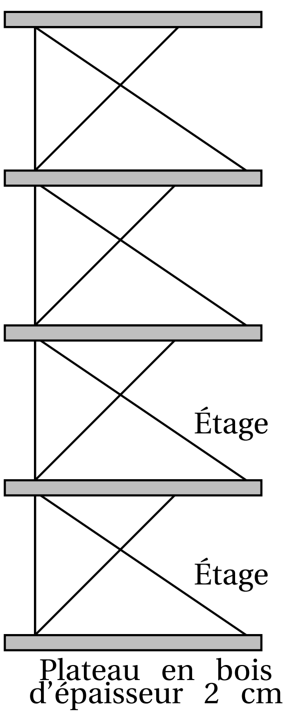

Figure 1

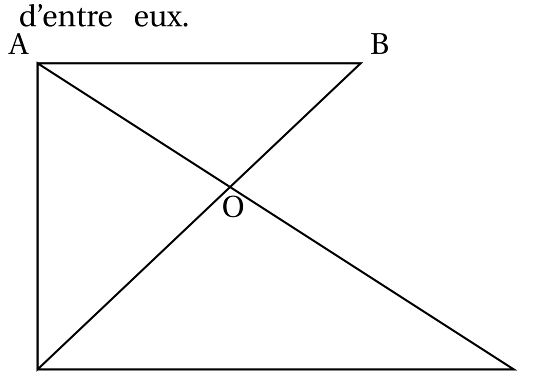

Figure 2

On donne :

- OC = 48 cm; OD = 64 cm; OB = 27 cm; OA = 36 cm et CD = 80 cm;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Montrer par le calcul que AB = 45 cm.

3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

Corrections

EX 1

1. Si chaque panier contient c coquillages et p poissons, le nombre de paniers doit être un diviseur de 30 et de 500.

   Le plus grand nombre de paniers sera donc le plus grand diviseur commun à 50 et 300, donc le P. G. C. D de 30 et 500 qui est de façon évidente 10.

2. On aura donc $c = \dfrac{500}{10} = 50$ coquillages et $p = \dfrac{30}{10} = 3$ poissons.

EX 2

1. On compare les longueurs des côtés des triangles OAB et ODC :

   On a $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{36}{64} = \dfrac{4\times 9}{4\times 16} = \dfrac{9}{16}$;

   $\dfrac{OB}{OC} = \dfrac{27}{48} = \dfrac{3\times 9}{3\times 16} = \dfrac{9}{16}$, donc

   $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OB}{OC}$: Comme les points O,A et D d'une part, et les points O, B et C d'autre part sont alignés dans le même ordre, alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès cette égalité montre que les droites(AB) et (CD) sont parallèles.

2. On sait que l'on a également $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{AB}{CD}$ ou encore en remplaçant par les valeurs connues :

   $\dfrac{9}{16} = \dfrac{AB}{80}$, d'où en multipliant chaque membre par 80 :

   $AB = 80 \times \dfrac{9}{16} = 16\times 5\times \dfrac{9}{16} = 5\times 9 = 45$ (cm).

3. On sait que le triangle ACD est rectangle en C; donc le théorème de Pythagore permet d'écrire :

   $AC^2 + CD^2 = AD^2.$ (1)

   Or $CD = 80$ et $AD = AO + OD = 36 + 64 = 100.$

   L'égalité (1) devient :

   $AC^2 + 80^2 = 100^2$, d'où $AC^2 = 100^2 - 80^2 = 10\,000 - 6\,400 = 3\,600$; d'où $AC = \sqrt{3600} = 60.$

   Chaque étagère a une hauteur de 60 cm avec un plateau de 2 cm soit une hauteur de 62 cm; il y a 4 étagères, donc la hauteur totale du meuble est égale à : $4\times 62 = 248$ (cm) plus le dernier plateau donc une hauteur totale de 250 cm.