Correction DM Géométrie

EXERCICE 1

1. On calcule séparément les carrés des côtés :
$AE^2 = 8^2 = 64$; $EF^2 = 6^2 = 36$ et $AE^2 = 10^2 = 100$.
On observe que : $AE^2 + EF^2 = AE^2$.
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle en E.

2. On sait que dans le triangle rectangle en E :
$\cos\widehat{\text{EAF}} = \dfrac{\text{AE}}{\text{AF}} = \dfrac{8}{10} = 0,8$.
Grâce à la calculatrice on en déduit que $\widehat{\text{EAF}} \approx 36,8$, soit 37°au degré près.

3. On calcule séparément les rapports de Thalès :
$\dfrac{\text{AE}}{\text{AR}} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$ et $\dfrac{\text{AF}}{\text{AT}} = \dfrac{12}{14} = \dfrac{6}{7}$
Les produits en croix $2 \times 7 = 14$ et $3 \times 6 = 18$ ne sont pas égaux.
D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites ne sont pas parallèles.

EXERCICE 2

1. Le triangle CBD est rectangle en B.
Le théorème de Pythagore s'écrit :

$$\begin{aligned}
CD^2 &= DB^2 + CB^2\\
DB^2 &= CD^2 - CB^2\\
DB^2 &= 8,5^2 - 7,5^2\\
DB^2 &= 16\\
DB &= 4\ (cm).
\end{aligned}$$

2. Deux triangles semblables ont les mesures de leurs côtés proportionnelles.
Or $\dfrac{BF}{BC} = \dfrac{6}{7,5} = 0,8$, $\quad \dfrac{EF}{BD} = \dfrac{3,2}{4} = 0,8$ et $\dfrac{BE}{CD} = \dfrac{6,8}{8,5} = 0,8$
Par conséquent les triangles CBD et BFE sont semblables.

3. Vérifions que le triangle BFE est rectangle :
On calcule séparément les carrés des côtés :
- $\text{BE}^2 = 6,8^2 = 46,24$, $\text{BF}^2 = 6^2 = 36$ et $\text{FE}^2 : 3,2^2 = 10,24$. On observe que : $\text{BF}^2 + \text{FE}^2 = 36 + 10,24 = 46,24$.
Donc $\text{BE}^2 = \text{BF}^2 + \text{FE}^2$
et par la réciproque de Pythagore le triangle BEF est rectangle en F.
- Autre méthode plus rapide : les triangles CBD et BFE étant semblables, on a $\widehat{\text{CBD}} = \widehat{\text{BFE}} = 90°$ puisque le triangle CBD est rectangle en B.

4. Calculons l'angle $\widehat{\text{DCB}}$ par son cosinus dans le triangle rectangle DCB :
$\cos\widehat{\text{DCB}} = \dfrac{\text{CB}}{\text{CD}} = \dfrac{7,5}{8,5} = \dfrac{75}{85} = \dfrac{15}{17}$. La calculatrice donne $\widehat{\text{DCB}} \approx 28°$.
Or : $28 + 61 = 89 \neq 90$: l'angle $\widehat{\text{ACD}}$ n'est pas droit.

EXERCICE 3

1. La Tour Eiffel est en principe verticale. le triangle ABH est donc rectangle en B et dans ce triangle on a :
$\tan\widehat{\text{HAB}} = \dfrac{324}{600} = \dfrac{6 \times 54}{6 \times 100} = \dfrac{54}{100} = 0,54$.
La calculatrice donne $\widehat{\text{HAB}} \approx 28,369$, soit 28°au degré près.

2. Leila étant en position verticale le segment la représentant est parallèle au segment [BH].
On peut donc d'après la propriété de Thalès :
$\dfrac{\text{hauteur de Leila}}{\text{BH}} = \dfrac{\text{AL}}{\text{AB}}$,
soit $\dfrac{1,70}{324} = \dfrac{\text{AL}}{600}$.
on a donc : $\text{AL} = 600 \times \dfrac{1,70}{324} \approx 3,148$ (m) soit 3,15 m au centimètre près.