Correction DS n°1

EXERCICE 1

1. Pour qu'il ne reste pas de coquillages, le nombre de paniers doit être un diviseur de 500.
De même, pour les coquillages, le nombre de paniers doit être un diviseur de 30.
Le nombre de paniers doit être un **diviseur commun** de 30 et de 500.
   - **1ère méthode :** Lister les diviseurs communs On cherche les diviseurs de chacun des deux nombres : Les diviseurs de 30 sont : $\{1;2;3;5;6;10;15;30\}$
   Les diviseurs de 500 sont : $\{1;2;5;10;25;20;50;100;250;500\}$
   On observe que les diviseurs communs à 30 et 500 sont $\{1;2;5;10\}$
   Antoine a donc le choix entre 4 possibilités de nombre de paniers.
   - **2ème méthode :**Utiliser le PGCD
   Pour trouver le plus grand nombre de paniers, on cherche donc le plus grand diviseur commun à 30 et 500.
   La calculatrice nous donne 10.

   Conclusion : Le plus grand nombre de paniers sans qu'il y ait de restes est donc 10.
   Le plus grand nombre de paniers sera donc le plus grand diviseur commun à 50 et 300, donc le P. G. C. D de 30 et 500 qui est de façon évidente 10.
2. On aura donc $\frac{500}{10} = 50$ coquillages et $\frac{30}{10} = 3$ poissons.

EXERCICE 2

Exercice Bonus, non exigé lors de l'évaluation.

De 6 h 30 à 20 h s'écoulent 13 h 30, soit 810 minutes.
Le bus de la ligne 1 met $8 \times 3 = 24$ minutes pour repasser à l'arrêt « Mairie ».
La ligne 1 passe donc toutes les 24 minutes à l'arrêt « Mairie ». Le bus passe chaque multiple de 24 minutes inférieurs à 810.
Le bus de la ligne 2 met $8 \times 4 = 32$ minutes pour repasser à l'arrêt « Mairie ».
La ligne 2 passe donc toutes les 32 minutes à l'arrêt « Mairie ». Le bus passe chaque multiple de 32 minutes inférieurs à 810.

Les deux bus vont donc se retrouver à un moment de la journée à l'arrêt « Mairie » en même temps s'il existe un multiple commun à 24 et 32 inférieur ou égal à 810.
On cherche les multiples de 24 : $24;48;96;\dots$ et 32 : $32;64;96;\dots$
On observe que le plus petit multiple commun de 24 et 32 est 96.
On aurait pu le trouver à la calculatrice en calculant : $ppcm(24;32) = 96$.
Or 96 min = 1 h 36 min.
Les deux bus vont donc se retrouver toutes les 1 h 36 min à l'arrêt « Mairie » en même temps soit à :
6 h 30 ; 8 h 06; 9 h 42; 11 h 18; 12 h 54; 14 h 30; 16 h 06; 17 h 42; 19 h 18.

EXERCICE 3

1. On a $\text{TH} = 20 \times 0,6 = 12$ (m).
Dans le triangle CTH rectangle en H le théorème de Pythagore s'écrit :
$\text{CT}^2 = \text{TH}^2 + \text{HC}^2$ ou $15^2 = 12^2 + \text{HC}^2$ soit $\text{HC}^2 = 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$, d'où CH = 9 (m).
2. Les droites (CH) et (EF) étant toutes deux perpendiculaires à la droite (TH), elles sont parallèles entre-elles.
D'autre part, les points T, C et E sont alignés, commes les points T, H et F.
D'après le théorème de Thalès :
$\frac{\text{EF}}{\text{CH}} = \frac{\text{TE}}{\text{CT}} \frac{\text{TF}}{\text{TH}}$
soit $\frac{13,5}{9} = \frac{\text{TE}}{15}$,
d'où $\text{TE} = 15 \times \frac{13,5}{9} = 5 \times \frac{13,5}{3} = 5 \times 4,5 = 22,5$ (m)

EXERCICE 4

1. On compare les longueurs des côtés des triangles OAB et ODC :
   On a :
   $$\left.\begin{aligned}\frac{\text{OA}}{\text{OD}} &= \frac{36}{64}\\ \frac{\text{OB}}{\text{OC}} &= \frac{27}{48}\end{aligned}\right\}\text{avec le produit en croix : } 36\times48 = 27\times64 = 1728 \text{ donc on en déduit que : } \frac{\text{OA}}{\text{OD}} = \frac{\text{OB}}{\text{OC}}$$
   Comme les points O,A et D d'une part, et les points O, B et C d'autre part sont alignés dans le même ordre, alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès cette égalité montre que les droites(AB) et (CD) sont parallèles.
2. Dans les triangles OAB et OCD, on a les points A, O, D et B, O, C qui sont alignés.
   On a montré que les droites(AB) et (CD) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :
   $\frac{\text{OA}}{\text{OD}} = \frac{\text{OB}}{\text{OC}} = \frac{\text{AB}}{\text{CD}}$
   ou encore en remplaçant par les valeurs connues : $\frac{9}{16} = \frac{\text{AB}}{80}$
   d'où : $AB = 80 \times \frac{9}{16} = 16 \times 5 \times \frac{9}{16} = 5 \times 9 = 45$ (cm).
3. On sait que le triangle ACD est rectangle en C ; donc le théorème de Pythagore permet d'écrire : $\text{AC}^2 + \text{CD}^2 = \text{AD}^2$.
   Or $\text{CD} = 80$ et $\text{AD} = \text{AO} + \text{OD} = 36 + 64 = 100$.
   Il vient alors :
   $\text{AC}^2 + 80^2 = 100^2$,
   d'où $\text{AC}^2 = 100^2 - 80^2 = 10\,000 - 6\,400 = 3\,600$; d'où $\text{AC} = \sqrt{3600} = 60$.
   Chaque étagère a une hauteur de 60 cm avec un plateau de 2 cm soit une hauteur de 62 cm ; il y a 4 étagères, donc la hauteur totale du meuble est égale à : $4 \times 62 = 248$ (cm) plus le dernier plateau donc une hauteur totale de 250 cm.