Préparation au Devoir Surveillé de mathématiques

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - x - 1$
On note $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique.

1. Calculer l'ordonnée du point A de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse -1.
2. **a.** Donner la forme canonique de la fonction f.
   b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbf{R}$.
   c. Résoudre, dans $\mathbf{R}$, l'équation $f(x) = 0$.
   d. Donner la forme factorisée de $f(x)$.
   e. Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbf{R}$.
3. En utilisant les résultats précédents, répondre aux questions suivantes **(aucun calcul n'est attendu)**.
   a. Sur quel(s) intervalle(s), la parabole $\mathscr{C}_f$ se trouve sous l'axe des abscisses ?
   b. En combien de points la droite d'équation $y = -1,2$ coupe-t-elle la parabole $\mathscr{C}_f$? Justifier.
   c. Quel est le plus grand des deux nombres suivants : $f(-0,1)$ et $f(0,1)$? Justifier.
   d. Donner l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}$.

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie sur $[-5;2]$ par : $f(x) = 3x^2 + 8x - 16$ On donne sa représentation graphique ci-contre.

1. Calculer $f\left(-\frac{4}{3}\right)$ en détaillant les calculs sur la copie.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-5;2]$.
3. **a.** Montrer que pour tout réel x de $[-5;2]$, $f(x) = (3x-4)(x+4)$
   b. Déterminer les valeurs exactes des coordonnées des points d'intersection de la courbe représentant f et l'axe des abscisses.
   c. Résoudre dans $[-5;2]$ l'inéquation $f(x) > 0$. Interpréter graphiquement les solutions de cette inéquation.

EXERCICE 3

- Partie A -

Soit f la fonction définie sur $[0 ; 20]$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 40x + 400$$

Le tableau de variations de la fonction f est :

x	0		10	13		20
$f(x)$	400	$\searrow$	200	218	$\nearrow$	400

1. Comment a été obtenu le nombre 10 écrit dans le tableau de variations ?
2. En utilisant le tableau de variations, répondre aux questions suivantes :
   a. Donner la forme canonique de $f(x)$.

b. Donner le signe du discriminant. Justifier votre choix.

c. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier.**
Affirmation 1 : Si $x > 13$ alors $f(x) > 218$.
Affirmation 2 : Si $f(x) > 218$ alors $x > 13$.

- Partie B -

Les pierres « okaré » sont des pierres précieuses dont la valeur (en euros) est égale au carré de leur masse (en grammes). On a malheureusement laissé tomber une pierre « okaré » de 20 grammes ; elle s'est alors brisée en deux morceaux.

1. Prouver que si l'un des deux morceaux pèse 13 grammes alors la valeur totale des deux morceaux est 218 €.
2. Soit x la masse, exprimée en grammes, d'un des deux morceaux. Exprimer, en fonction de x la masse du second morceau, puis établir que la valeur totale des deux morceaux est donnée par la fonction f définie dans la partie **A.**

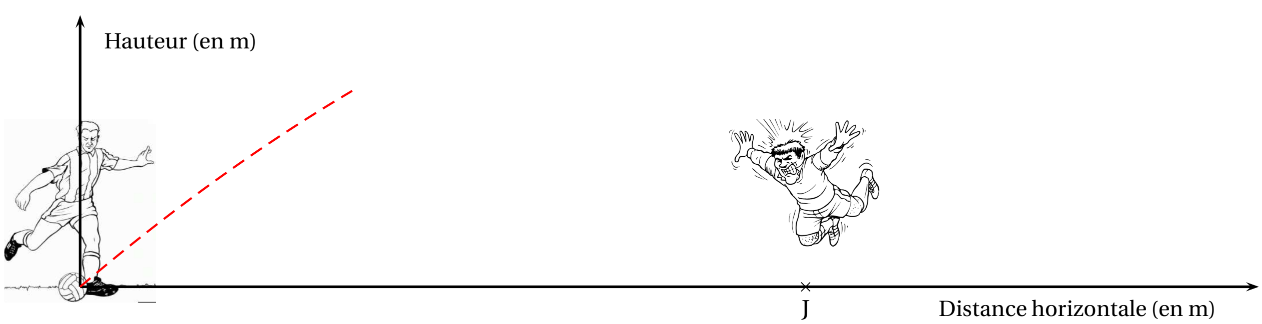
3. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier** en utilisant les résultats de la partie **A.**
   a. Du point de vue du propriétaire, la pire des situations est que sa pierre se brise en deux morceaux de même masse.
   b. Il peut être avantageux pour le propriétaire de la pierre que celle-ci se brise en deux morceaux.

EXERCICE 4

La trajectoire du ballon dégagé par le gardien de but Clémentos [1] est modélisée dans un repère par un arc de parabole.

La parabole représente la fonction f définie par : $f(x) = -\dfrac{x^2}{32} + x$

x désigne la distance horizontale du ballon en mètres à partir du tir et $f(x)$ est la hauteur correspondante du ballon en mètres.



1. Le joueur Jérémyos [2] se trouve sur la trajectoire du dégagement à une distance de 28 mètres de son gardien Clémentos. Malgré sa petite taille, en sautant, sa tête atteint la hauteur de 2,10 mètres.
   Peut-il espérer toucher le ballon ? Justifier.
2. A quelle distance de Clémentos le ballon retombe-t-il ?

1. Clémentos détient le record du monde du dégagement avec un tir à plus de 2 km (catégorie : barbu).
2. Jérémyos détient le record du monde du saut vertical avec un bond à plus de 6 mètres (catégorie : moins de 1 m 70)