MathALEA

Remédiation

ARITHMÉTIQUE ET CALCUL NUMÉRIQUE

EX 1 Calculer :

1. $-3\times(-2)\times(-2)-3$
2. $(5-4+5)\times 4$
3. $(-32-22)\div 9$
4. $2-(+7)-3$
5. $-4-(-2+5)$

EX 2 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible.

1. $\dfrac{-2}{-7}\div\dfrac{-3}{10}=$
2. $\dfrac{5}{-7}\div\dfrac{-1}{3}=$

EX 3 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible

$\dfrac{2}{7}+\dfrac{3}{7}\times\dfrac{1}{10}$

EX 4 Calculer et donner le résultat sous forme irréductible

$\dfrac{2}{7}+\dfrac{5}{-6}\times\dfrac{-3}{10}=$

EX 5 Divisions euclidiennes - Diviseurs - Multiples.

1. Dire quel est le plus grand reste possible dans une division euclidienne par 79.
2. On a $8\,189=49\times167+6$

   Écrire le quotient et le reste de la division euclidienne de 8 189 par 49.

3. Les trois divisions euclidiennes suivantes sont exactes :

$5\,304 = 77 \times 68 + 68$

$5\,304 = 79 \times 67 + 11$

$5\,304 = 78 \times 68 + 0$

Sans calculer, dire si les nombres 77 ; 79 ; 78 sont des diviseurs de 5 304. Justifier.

4. Avec la calculatrice, compléter chaque phrase avec "est un diviseur de" ou "est un multiple de" ou "n'est ni un diviseur ni un multiple de".

624 970

1 080 270

718 .... 4 308

1 818 606

969 202

958 .... 7 664

5. Écrire la liste de tous les diviseurs de 53.

EX 6 Justifier que les nombres suivants sont premiers ou pas. Penser aux critères de divisibilité.

Coup de pouce

Cette liste des nombres premiers inférieurs à 100 pourra être utile :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

1. 7 143

2. 6 065

3. 19

4. 7 772

EX 7 À l'aide de la calculatrice, décomposer pas à pas les nombres entiers en produit de facteurs premiers.

Coup de pouce

Cette liste des nombres premiers inférieurs à 100 pourra être utile :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

1. À l'aide de la calculatrice, décomposer 1 543 en produit de facteurs premiers.

2. À l'aide de la calculatrice, décomposer 6 930 en produit de facteurs premiers.

EX 8 Rendre irréductible une fraction et son inverse à partir des décompositions en produit de facteurs premiers.

Coup de pouce

À la question **d.** une observation judicieuse et argumentée pourra faire gagner du temps !

a. Décomposer $A = 585$ en produit de facteurs premiers.

b. Décomposer $B = 90$ en produit de facteurs premiers.

c. Rendre la fraction $\dfrac{A}{B} = \dfrac{585}{90}$ irréductible à l'aide des questions **a.**et **b.**.

d. Rendre la fraction $\dfrac{B}{A} = \dfrac{90}{585}$ irréductible à l'aide des questions **a.**et **b.**.

Corrections

EX 1

1. $-3\times(-2)\times(-2)-3=6\times(-2)-3=-12-3=-15$
2. $(5-4+5)\times4=6\times4=24$
3. $(-32-22)\div9=-54\div9=-6$
4. $2-7-3=-5-3=-8$
5. $-4-(-2+5)=-4-(+3)=-4-3=-7$

EX 2

1. $\dfrac{-2}{-7}\div\dfrac{-3}{10}=-\dfrac{2}{7}\times\dfrac{10}{3}=-\dfrac{2\times10}{7\times3}=-\dfrac{20}{21}$
2. $\dfrac{5}{-7}\div\dfrac{-1}{3}=\dfrac{5}{7}\times3=\dfrac{5\times3}{7\times1}=\dfrac{15}{7}$

EX 3

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\times\frac{1}{10}=\frac{2}{7}+\frac{3\times1}{7\times10}=\frac{2}{7}+\frac{3}{70}=\frac{2\times10}{7\times10}+\frac{3}{70}=\frac{20}{70}+\frac{3}{70}=\frac{23}{70}$$

EX 4

$$\frac{2}{7}+\frac{5}{-6}\times\frac{-3}{10}=\frac{2}{7}+\frac{5\times3}{6\times10}=\frac{2}{7}+\frac{15}{60}=\frac{2}{7}+\frac{1\times\cancel{15}}{4\times\cancel{15}}=\frac{2\times4}{7\times4}+\frac{1\times7}{4\times7}=\frac{8}{28}+\frac{7}{28}=\frac{8+7}{28}=\frac{15}{28}$$

EX 5

1. Si on divise par 79, il ne peut pas rester plus de 78, sinon c'est qu'on peut encore ajouter au moins 1 fois 79 dans le dividende et donc 1 au quotient.

2. Dans la division euclidienne de 8 189 par 49, le quotient vaut 167 et le reste 6.

3. Le reste de la division euclienne de 5 304 par 77 ne vaut pas 0 donc 77 n'est pas un diviseur de 5 304

   Le reste de la division euclienne de 5 304 par 79 ne vaut pas 0 donc 79 ne divise pas 5 304

   Le reste de la division euclienne de 5 304 par 78 vaut 0 donc 5 304 est divisible par 78

4. 624 n'est ni un multiple ni un diviseur de 970 car $624=970\times0+624$ et $970=624\times1+346$

   1 080 est un multiple de 270 car $1\,080=270\times4$

   718 est un diviseur de 4 308 car $4\,308=718\times6$

   1 818 est un multiple de 606 car $1\,818=606\times3$

   969 n'est ni un multiple ni un diviseur de 202 car $202=969\times0+202$ et $969=202\times4+161$

   958 est un diviseur de 7 664 car $7\,664=958\times8$

5. Pour trouver la liste des diviseurs de 53 on cherche tous les produits de deux facteurs qui donnent 53. En écrivant toujours le plus petit facteur en premier.

Il est suffisant de chercher des diviseurs inférieurs au plus grand nombre dont le carré vaut 53, par exemple ici, $7{\times}7 = 49{<}53$ et $8{\times}8 = 64{>}53$ donc il suffit d'arrêter la recherche de facteur à 7. En effet, si 53 est le produit de deux entiers $p{\times}q$ avec $p < q$ alors si $p{\times}p > 53$ c'est que $q{\times}q < 53$ mais dans ce cas p serait supérieur à q sinon $p{\times}q$ serait inférieur à 53 ce qui ne doit pas être le cas.

$1{\times}53 = 53$

Chacun des facteurs de la liste ci-dessus est un diviseur de 53.

La liste des diviseurs de 53 est donc 1 ; 53.

EX 6

1. Comme $7 + 1 + 4 + 3 = 15$ est un multiple de 3 donc 7 143 aussi, il admet donc au moins trois diviseurs qui sont 1, 3 et lui-même, 7 143 n'est donc pas premier.
2. Comme le dernier chiffre de 6 065 est un 5 alors 6 065 est divisible par 5, il admet donc au moins trois diviseurs qui sont 1, 5 et lui-même, 6 065 n'est donc pas premier.
3. En effectuant la division euclidienne de 19 par tous les nombres premiers inférieurs à $\sqrt{19}$, c'est-à-dire par les nombres 2, 3, le reste n'est jamais nul.
   19 est donc un nombre premier.
4. Comme 7 772 est pair, il admet donc au moins trois diviseurs qui sont 1, 2 et lui-même, 7 772 n'est donc pas premier.

EX 7

1. En testant la divisibilité de 1 543 par tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à 39 c'est-à-dire les nombre de la liste $2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37$, on se rend compte que 1 543 est un nombre premier donc $1\ 543 = 1\ 543$.
2. Il est suffisant de tester la divisibilité de 6 930 par tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{6\ 930}$ c'est-à-dire inférieurs à 83.
   Ce sont les nombres de la liste :

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ;
59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83.

$6\ 930 \div \mathbf{2} = 3\ 465$

$3\ 465 \div \mathbf{3} = 1\ 155$

$1\ 155 \div \mathbf{3} = 385$

$385 \div \mathbf{5} = 77$

$77 \div \mathbf{7} = 11$

$11 \div \mathbf{11} = 1$

Finalement on obtient la décomposition suivante : $6\ 930 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$

EX 8

a. La décomposition en produit de facteurs premier de $A = 3^2 \times 5 \times 13$.

b. La décomposition en produit de facteurs premier de $B = 2 \times 3^2 \times 5$.

c. $\dfrac{A}{B} = \dfrac{585}{90} = \dfrac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 13}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 2} = \dfrac{13}{2}$

d. $\dfrac{B}{A}$ est l'inverse de $\dfrac{A}{B}$ donc $\dfrac{B}{A} = \dfrac{90}{585} = \dfrac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 2}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{5} \times 13} = \dfrac{2}{13}$.