Activité introduction au Logarithme népérien

1. **Construction de la courbe représentative :**
   a) A l'aide de votre calculatrice, représenter graphiquement la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x$. On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe.
   b) Tracer la droite (d) d'équation $y = x$
   c) Tracer "à la main", du mieux possible (!!), la courbe symétrique de $\mathscr{C}_f$ par rapport à (d).

   On va appeler **Logarithme népérien** la fonction correspondant à la représentation graphique obtenue.
   Pour symboliser ce nom, on la nomme $\ln : x \mapsto \ln(x)$
   Tracer à la calculatrice cette fonction.

2. **Premières propriétés :**
   a) Déterminer graphiquement l'ensemble de définition de la fonction $\ln : x \mapsto \ln(x)$
   b) Déterminer graphiquement le sens de variation de la fonction $ln : x \mapsto \ln(x)$. En déduire son tableau de variations.
   c) Déterminer graphiquement le signe de la fonction $\ln : x \mapsto \ln(x)$

3. **Fonction réciproque :**
   a) Fonction réciproque :

   > Les fonction racine carrée et carré sont réciproques :.
   > C'est à dire que pour $x > 0$, on a $x^2 = a \iff x = \sqrt{a}$
   > par exemple : $\left(\sqrt{3}\right)^2 = ...$ et $\left(\sqrt{5^2}\right) = ...$
   > On a aussi :$x^2 = 7 \iff x = \ldots$ et :$x = \sqrt{5} \iff x^2 = \ldots$
   > De la même manière, les fonctions exponentielles et logarithme népérien sont réciproques

   :

   b) Déduire de l'information précédente : $e^{\ln 3} = \ldots$ $\quad e^{\ln 7} = \ldots$ $\quad \ln(e^5) = \ldots$
   c) Déduire les propriétés :
   Pour tout $x > 0$, on a :. . . . .
   Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :. . . . .

   > Comme les fonctions exponentielles et logarithme népérien sont réciproques, on va déduire les propriétés du logarithme népérien à partir ce celles de l'exponentielle

   :

4. **Propriétés algébriques :**
   a) Rappeler les propriétés algébriques de la fonction exponentielle :

   > Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, On a
   > $$e^{\cdots\cdots\cdots} = e^{\cdots} \ldots e^{\cdots}$$

   b) En déduire la propriété algébrique des logarithmes :

   > Pour $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, On a
   > $$\ln(\ldots\ldots\ldots) = \ln(\ldots)\ldots\ln(\ldots)$$

5. **Applications :**
   a) Exprimer en fonction de $\ln 2$ les nombres suivants :
   $A = \ln\dfrac{1}{4}$; $\quad B = \ln 8 + 5\ln 2$; $\quad$;$C = \ln\sqrt{32}$; $\quad D = \ln 10 - \ln 20$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^7 = 42$