Plan de travail Théorème de Thalès

Correction 1

Voici la rédaction attendue :

1. Les points K, G, J et les points K, H, I sont alignés.
   Les droites (GH) et (JI) sont parallèles.

   D'après la théroème de Thalès, on a :
   $$\frac{KG}{KJ} = \frac{KH}{KI} = \frac{GH}{JI}$$

2. Les points Z, X, V et les points Z, Y, W sont alignés.
   Les droites (VW) et (YX) sont parallèles.

   D'après le théorème de Thalès, on a :
   $$\frac{ZX}{ZV} = \frac{ZY}{ZW} = \frac{YX}{VW}$$

Correction 2

1. Voici le chainon déductif complété :

Chaînons déductifs	
Je sais	Les points T, L, Z sont alignés. Les points T, I, X sont alignés. $(LI)/\!/(ZX)$
J'utilise	D'après le théorème de Thalès, on l'égalité des quotients :
J'en déduis	$\dfrac{TL}{TZ} = \dfrac{TI}{TX} = \dfrac{LI}{ZX}$

2. Pour déterminer la longueur du segment $[TX]$, utilisons l'égalité :
$$\frac{TL}{TZ} = \frac{TI}{TX}$$
$$\frac{5{,}5}{9{,}9} = \frac{5}{TX}$$
$$5{,}5\times TX = 9{,}9\times 5$$
$$5{,}5\times TX = 49{,}5$$
$$TX = \frac{49{,}5}{5{,}5}$$
$$TX = 9\,cm$$

Correction 3

On a : $B\in[AC]$; $D\in[AE]$; $(BD)/\!/(CE)$

D'après le théorème de Thalès, on a :
$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$$
Une application numérique nous donne :
$$\frac{AB}{AC} = \frac{4{,}2}{14} = \frac{BD}{12}$$
Le produit en croix nous donne :
$$4{,}2\times 12 = 14\times BD$$
$$BD = \frac{4{,}2\times 12}{14} = 3{,}6\,cm$$

Correction 4

Dans le triangle DEF, on a les propriétés suivantes :
$R\in[DE]$; $S\in[DF]$; $(RS)/\!/(EF)$.
D'après le théorème de Thalès, on a les égalités suivantes de rapports :
$$\frac{DR}{DE} = \frac{DS}{DF} = \frac{RS}{EF}$$
Par application numérique, on a :
$$\frac{2{,}1}{DE} = \frac{1{,}8}{4{,}2} = \frac{RS}{EF}$$
$$\frac{2{,}1}{DE} = \frac{1{,}8}{4{,}2}$$
Par utilisation du produit en croix, on a :
$$2{,}1\times 4{,}2 = DE\times 1{,}8$$
$$DE = \frac{2{,}1\times 4{,}2}{1{,}8}$$
$$DE = \frac{2{,}1\times 4{,}2}{1{,}8}$$
$$DE = 4{,}9\,cm$$
Le point R appartient au segment $[DE]$; ainsi, on a l'égalité :
$$DE = DR + RE$$
$$4{,}9 = 2{,}1 + RE$$
$$ER = 4{,}9 - 2{,}1$$
$$ER = 2{,}8\,cm$$

Correction 5

Une video est accessible

Dans le triangle ABC, on a les propriétés suivantes :
$M\in[AB]$; $N\in[AC]$; $(MN)/\!/(BC)$
D'après le théorème de Thalès, on a les égalités de rapports :
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
Par application numérique, on a :
$$\frac{3{,}6}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2{,}4}{3}$$
$$\frac{3{,}6}{AB} = \frac{2{,}4}{3}$$
D'après le produit en croix, on a :
$$3{,}6\times 3 = 2{,}4\times AB$$
$$AB = \frac{3{,}6\times 3}{2{,}4}$$
$$AB = 4{,}5\,cm$$
Le point M étant un point du segment $[AB]$, on a l'égalité :
$$AB = AM + MB$$
$$4{,}5 = 3{,}6 + MB$$
$$MB = 4{,}5 - 3{,}6$$
$$MB = 0{,}9\,cm$$

Correction 6

On a : $K\in[TM]$; $L\in[TN]$; $(KL)/\!/(MN)$

D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{TK}{TM} = \frac{TL}{TN} = \frac{KL}{MN}$$

Une application numérique nous donne :

$$\frac{5}{12{,}5} = \frac{6{,}5}{TN} = \frac{KL}{MN}$$

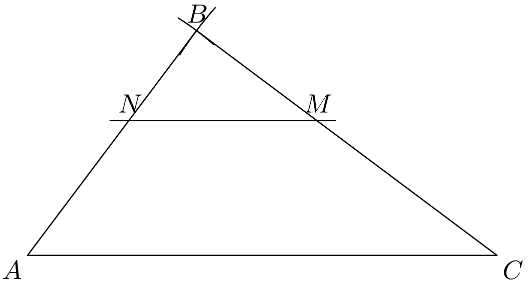
Le produit en croix nous donne :

$$5\times TN = 12{,}5\times 6{,}5$$

$$TN = \frac{12{,}5\times 6{,}5}{5} = 16{,}25\,cm$$

Correction 7

1. Voici la figure à l'échelle ½ :



2. Remarquons que :
   - $AB^2 + CB^2 = 7{,}5^2 + 10^2 = 156{,}25$
   - $AC^2 = 12{,}5^2 = 156{,}25$

   On en déduit l'égalité : $AB^2+CB^2=AC^2$

   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est un triangle rectangle en B.

3. Les points B, N, A et les points B, M, C sont alignés.
   Les droites (MN) et (AC) sont parallèles.
   D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :

   $$\frac{BM}{BC} = \frac{BN}{BA} = \frac{MN}{AC}$$

   $$\frac{4}{10} = \frac{BN}{7{,}5} = \frac{MN}{12{,}5}$$

   De cette égalité, nous tirons les formules suivantes :
   - $\frac{4}{10}=\frac{BN}{7{,}5}$ alors $BN=\frac{4}{10}\times 7{,}5=3\,cm$
   - $\frac{4}{10}=\frac{MN}{12{,}5}$ Alors $MN=\frac{4}{10}\times 12{,}5=5\,cm$

Correction 8

Voici la rédaction attendue :

1. Les points K, G, J et les points K, H, I sont alignés.
   Les droites (GH) et (JI) sont parallèles.

   D'après la théroème de Thalès, on a :

   $$\frac{KG}{KJ} = \frac{KH}{KI} = \frac{GH}{JI}$$

2. Les points Z, X, V et les points Z, Y, W sont alignés.
   Les droites (VW) et (YX) sont parallèles.

   D'après le théorème de Thalès, on a :

   $$\frac{ZX}{ZV} = \frac{ZY}{ZW} = \frac{YX}{VW}$$

Correction 9

Les points C, A, N sont alignés.
Les points B, A, M sont alignés.
Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité suivante :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Par application numérique, on obtient :

$$\frac{5}{1{,}5} = \frac{AN}{2}$$

Le produit en croix permet d'obtenir :

$$AN\times 1{,}5 = 5\times 2$$

$$AN = \frac{5\times 2}{1},5$$

$$AN = \frac{10}{1{,}5} = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$$

Correction 10

1. Exprimons ces quotients sous la forme d'une fraction réduite :

   $$\frac{AR}{AN} = \frac{4{,}8}{7{,}5} = \frac{48}{75} = \frac{16}{25} \quad ; \quad \frac{AC}{AT} = \frac{3{,}2}{5} = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}$$

   Remarque : dans cet exercice, nous aurions pu aussi utiliser la calculatrice puisque ces quotients ont une valeur décimale exacte :

   $$\frac{AR}{AN} = 0{,}64 \quad ; \quad \frac{AC}{AT} = 0{,}64$$

2. Voici le chainon déductif complété :

Chaînons déductifs	
Je sais	Les points A, R, N et les points A, C, T sont alignés dans le même ordre. $\frac{AR}{AN} = \frac{AC}{AT}$
J'utilise	D'après la réciproque du théorème de Thalès :
J'en déduis	$(RC)/\!/(NT)$

Correction 11

On a les rapports :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{1{,}6}{1{,}6+2{,}4} = \frac{1{,}6}{4} = 0{,}4 \quad ; \quad \frac{AC}{AE} = \frac{2{,}4}{6} = 0{,}4$$

Les points A, B, D et les points A, C, E sont alignés dans le même ordre.

On a l'égalité des quotients : $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que : $(BC)/\!/(DE)$

Correction 12

On a les quotients :

$$\frac{PR}{PT} = \frac{3}{7} \quad ; \quad \frac{PQ}{PS} = \frac{3{,}6}{8{,}4}$$

On calcule les deux produits :

$$3\times 8{,}4 = 25{,}2 \quad ; \quad 7\times 3{,}6 = 25{,}2$$

D'après le produit en c roix, on en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{3}{7} = \frac{3{,}6}{8{,}4}$$

$$\frac{PR}{PT} = \frac{PQ}{PS}$$

Les points P, Q, S et les points P, R, S sont alignés dans le même ordre.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que : $(QR)/\!/(ST)$

Correction 13

1. On a les carrés des longueurs :
$AE^2 = 64 \quad ; \quad AF^2 = 100 \quad ; \quad EF^2 = 36$
On remarque l'égalité :
$$64 + 36 = 100$$
$$AE^2 + EF^2 = AF^2$$
Le triangle AEF vérifie l'égalité de Pythagore.
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle AEF est rectangle en E.

2. On a les rapports de distance :
$\dfrac{AE}{AR} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3} \quad ; \quad \dfrac{AF}{AT} = \dfrac{10}{14} = \dfrac{5}{7}$
Les points A, E, R et les points A, F, T sont alignés dans cet ordre. Les rapports de longueurs $\dfrac{AE}{AR}$ et $\dfrac{AF}{AT}$ sont différents, la contraposé du théorème de Thalès permet d'affirmer que les droites (EF) et (RT) ne sont pas parallèles.