Programme de calculs - équations - calcul littéral

MathALEA

EX 1

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre;
- Ajouter 7 à ce nombre;
- Soustraire 7 au nombre choisi au départ;
- Multiplier les deux résultats précédents;
- Ajouter 50.

1. Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors le résultat obtenu est 5.
2. Quel est le résultat obtenu avec ce programme si le nombre choisi au départ est -10?
3. Un élève s'aperçoit qu'en calculant le double de 2 et en ajoutant 1, il obtient 5, le même résultat que celui qu'il a obtenu à la question 1.

   Il pense alors que le programme de calcul revient à calculer le double du nombre de départ et à ajouter 1.

   A-t-il raison?
4. Si x désigne le nombre choisi au départ, montrer que le résultat du programme de calcul est x^2+1.
5. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ du programme de calcul pour obtenir 17 comme résultat?

EX 2

1. Calculer $5x^2-3(2x+1)$ pour $x=4$.
2. Montrer que, pour toute valeur de x, on a : $5x^2-3(2x+1)=5x^2-6x-3$.
3. Trouver la valeur de x pour laquelle $5x^2-3(2x+1)=5x^2-4x+1$.

EX 3

On donne le programme de calcul suivant :

Programme de calculs - équations - calcul littéral

MathALEA

Étape 1 :	Choisir un nombre de départ
Étape 2 :	Ajouter 6 au nombre de départ
Étape 3 :	Retrancher 5 au nombre de départ
Étape 4 :	Multiplier les résultats des étapes 2 et 3
Étape 5 :	Ajouter 30 à ce produit
Étape 6 :	Donner le résultat

1. **a.** Montrer que si le nombre choisi est 4, le résultat est 20.

b. Quel est le résultat quand on applique ce programme de calcul au nombre -3 ?

2. Zoé pense qu'un nombre de départ étant choisi, le résultat est égal à la somme de ce nombre et de son carré.

a. Vérifier qu'elle a raison quand le nombre choisi au départ vaut 4, et aussi quand on choisit -3.

b. Ismaël décide d'utiliser un tableur pour vérifier l'affirmation de Zoé sur quelques exemples.

B6		= B1 + B1^2				
	A	B	C	D	E	F
1	Étape 1	2	5	7	10	20
2	Étape 2	8	11	13	16	26
3	Étape 3	-3	0	2	5	15
4	Étape 4	-24	0	26	80	390
5	Étape 5 (résultat)	6	30	56	110	420
6	Somme du nombre et de son carré	6	30	56	110	420

Il a écrit des formules en B2 et B3 pour exécuter automatiquement les étapes 2 et 3 du programme de calcul.

Quelle formule à recopier vers la droite a-t-il écrite dans la cellule B4 pour exécuter l'étape 4 ?

c. Zoé observe les résultats, puis confirme que pour tout nombre x choisi, le résultat du programme de calcul est bien $x^2 + x$. Démontrer sa réponse.

d. Déterminer tous les nombres pour lesquels le résultat du programme est 0.

EX 4

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

1. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.
2. Quel résultat obtient-on si on choisit -5 comme nombre de départ ?
3. On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.
4. Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+2)(x+1)$ pour toutes les valeurs de x.
5. La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$(x+2)(x+1)$	6	2	0	0	2	6	12	20	30

   a. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

   b. Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

EX 5

Voici deux programmes de calcul :

Programme de calcul ①

- Soustraire 5
- Multiplier par 4

Programme de calcul ②

- Multiplier par 6
- Soustraire 20
- Soustraire le double du nombre de départ

Programme de calculs - équations - calcul littéral

MathALEA

1. **a.** Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul ① au nombre 3 ?

   b. Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul ② au nombre 3 ?

2. Démontrer qu'en choisissant le nombre -2, les deux programmes donnent le même résultat.

3. On décide de réaliser davantage d'essais. Pour cela, on utilise un tableur et on obtient la copie d'écran suivante :

A6			4	
	A	B	C	D
1	Nombre choisi	Résultat avec le programme ①	Résultat avec le programme ②	
2	0	-20	-20	
3	1	-16	-16	
4	2	-12	-12	
5	3	-8	-8	
6	4			
7	5			
8	6			

   Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers le bas, jusqu'à la cellule B5 ?

4. Les résultats affichés dans les colonnes B et C sont égaux. Lucie pense alors que, pour n'importe quel nombre choisi au départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat.

   Démontrer que Lucie a raison.

Programme de calculs - équations - calcul littéral

MathALEA

Corrections

EX 1

1. On a la suite de nombres : $2 \to 9$ et d'autre part $2-7=-5$: leur produit est $9 \times (-5) = -45$. Enfin $-45+50=5$.
2. De même $-10 \to -3$ et d'autre part $-10-7=-17$; d'où $(-3)\times(-17)=51$. Enfin $51+50=101$.
3. Il a tort puisque d'après la question 2 -10 donne 101. or $2\times(-10)+1=-20+1=-19$.
4. x donne d'une part le premier facteur $x+7$ et le second facteur est $x-7$, donc leur produit est $(x+7)(x-7)=x^2-49$ (identité remarquable).
   Le résultat final est $x^2-49+50=x^2+1$.
5. Il faut trouver x tel que :
   $x^2+1=17$, soit en ajoutant -1 à chaque membre : $x^2=16$ ou $x^2-16=0$ ou $(x+4)(x-4)=0$; ce produit étant nul si l'in des facteurs est nul, il y a deux solutions : -4 et 4.

EX 2

1. $5\times 4^2-3(2\times 4+1)=5\times 16-3\times 9=80-27=53$.
2. $5x^2-3(2x+1)=5x^2-3\times 2x-3\times 1=5x^2-6x-3$.
3. D'après la question précédente : $5x^2-3(2x+1)=5x^2-4x+1$ peut s'écrire :
   $5x^2-6x-3=5x^2-4x+1$ ou en ajoutant $-5x^2$ à chaque membre :
   $-6x-3=-4x+1$ et en ajoutant $6x$ à chaque membre :
   $-3=2x+1$ et en ajoutant -1 à chaque membre :
   $-4=2x$ et en multipliant chaque membre par $\dfrac{1}{2}$:
   $-2=x$. (*Rem.* : $5\times(-2)^2-3(2\times(-2)+1)=20+9=29$ et $5\times(-2)^2-4\times(-2)+1=20+8+1=29$.)

EX 3

1. **a.** On obtient successivement :
   $4 \to 10 \to 10\times(4-5)=-10 \to 20$.

b. On obtient successivement :
$-3 \to 3 \to 3 \times (-3-5) = -24 \to 6$.

2. **a.** On a effectivement $4+4^2 = 4+16 = 20$ et $-3+(-3)^2 = -3+9 = 6$ trouvés précédemment.

b. =B2*B3

c. En partant de x on obtient :
$x \to x+6 \to (x+6)(x-5) \to (x+6)(x-5)+30 = x^2-5x+6x-30+30 = x^2+x$.

d. Il faut résoudre l'équation :

$$x+x^2 = 0 \text{ ou } x(1+x) = 0 \text{ soit } \begin{cases} x &= 0 \\ 1+x &= 0 \end{cases} \text{ soit enfin } \begin{cases} x &= 0 \\ x &= -1 \end{cases}$$

0 et -1 donnent 0 par le programme de calcul.

EX 4

1. On obtient successivement :
$1 \to 1^2 = 1 \to 1+3\times 1 = 1+3 = 4 \to 4+2 = 6$.

2. De même en partant de -5 :
$-2 \to (-5)^2 = 25 \to 25+3\times(-5) = 25-15 = 10 \to 10+2 = 12$.

3. En partant de x, on obtient :
$x \to x^2 \to x^2+3x \to x^2+3x+2$.

4. On a quel que soit le nombre x :
$(x+2)(x+1) = x^2+x+2x+2 = x^2+3x+2$, donc inversement, quel que soit le nombre x :
$x^2+3x+2 = (x+1)(x+2)$.

5. **a.** La formule est =(B1 + 2)*(B1 + 1)

b. Il faut trouver les nombres x tels que $(x+2)(x+1) = 0$; or un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul, soit :

$$\begin{cases} x+2 &= 0 \text{ ou} \\ x+1 &= 0 \end{cases} \text{ ou encore } \begin{cases} x &= -2 \text{ ou} \\ x &= -1 \end{cases}$$

Si l'on part de -1 ou de -2, le programme donne 0.

Programme de calculs - équations - calcul littéral

MathALEA

EX 5

Voici deux programmes de calcul :

1. **a.** On obtient $3 \to -2 \to -8$.

   b. On obtient $3 \to 18/to)2 \to -8$
2. Avec le programme de calcul ① on obtient $-2 \to -7 \to -28$;
   Avec le programme de calcul ② on obtient $-2 \to -12 \to -32 \to -28$
3. Dans la case B2 : =4*(A2 - 5)
4. À partir du nombre x le programme ① donne $4(x-5)$.
   À partir du nombre x le programme ② donne $6x-20-2x$.
   Or $4(x-5) = 4x-20$ et $6x-20-2x = 4x-20$.
   Les deux programmes conduisent donc à chaque fois au même résultat.