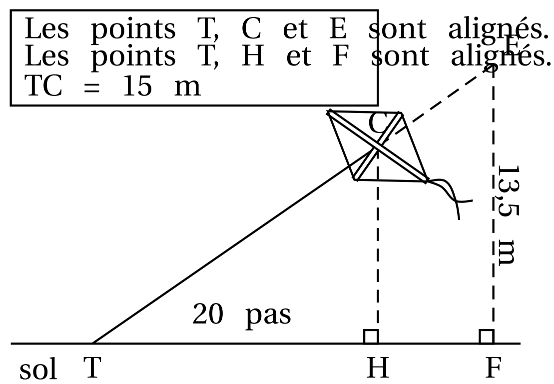
Thalès

EX 1

Thomas attache son cerf-volant au sol au point T.
Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.
Un pas mesure 0,6 mètre.
Le schéma ci-contre illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.

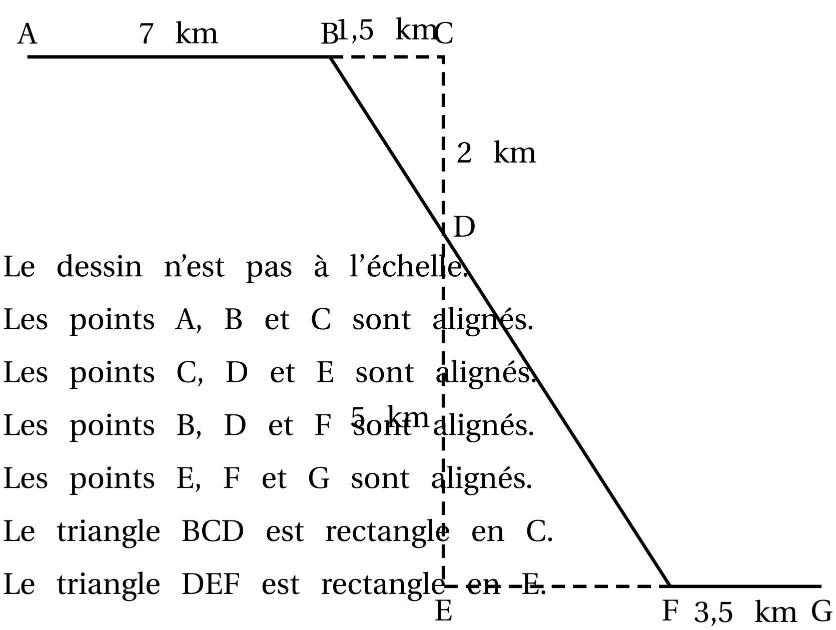
1. Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.
2. Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de 13,5 m.

   Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.



EX 2

Michel participe à un rallye VIT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins.
Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Les points A, B et C sont alignés.

Les points C, D et E sont alignés.

Les points B, D et F sont alignés.

Les points E, F et G sont alignés.

Le triangle BCD est rectangle en C.

Le triangle DEF est rectangle en E.

1. Montrer que la longueur BD est égale à $2,5$ km.
2. Justifier que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

3. Calculer la longueur DF.
4. Calculer la longueur totale du parcours.
5. Michel roule à une vitesse moyenne de 16 km/h pour aller du point A au point B.
   Combien de temps mettra-t-il pour aller du point A au point B ?
   Donner votre réponse en minutes et secondes.

EX 3

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1.
Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

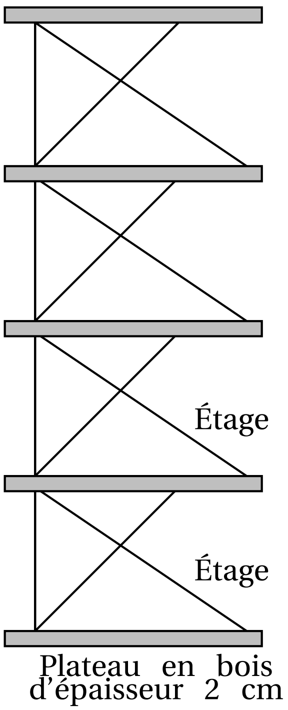


Figure 1

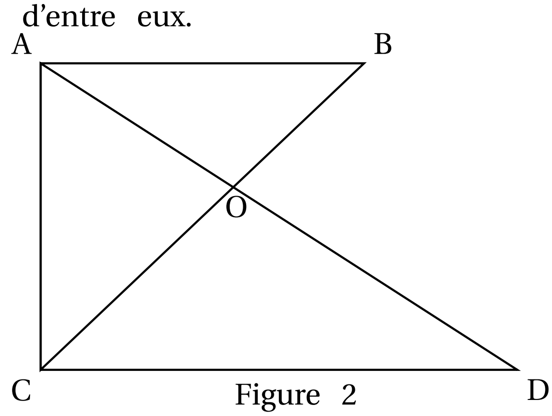


Figure 2

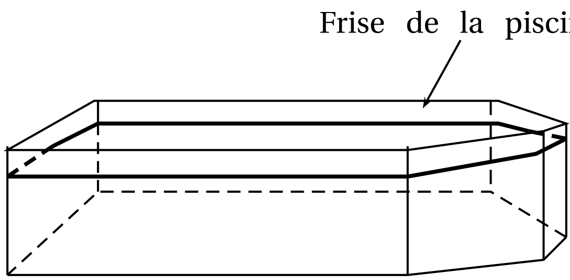
On donne :

- OC = 48 cm ; OD = 64 cm ; OB = 27 cm ; OA = 36 cm et CD = 80 cm ;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Montrer par le calcul que AB = 45 cm.
3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

EX 4

1re partie



Une personne possède une piscine.
Elle veut coller une frise en carrelage au niveau de la ligne d'eau.

La piscine vue de haut, est représentée à l'échelle par la partie grisée du schéma ci-après.

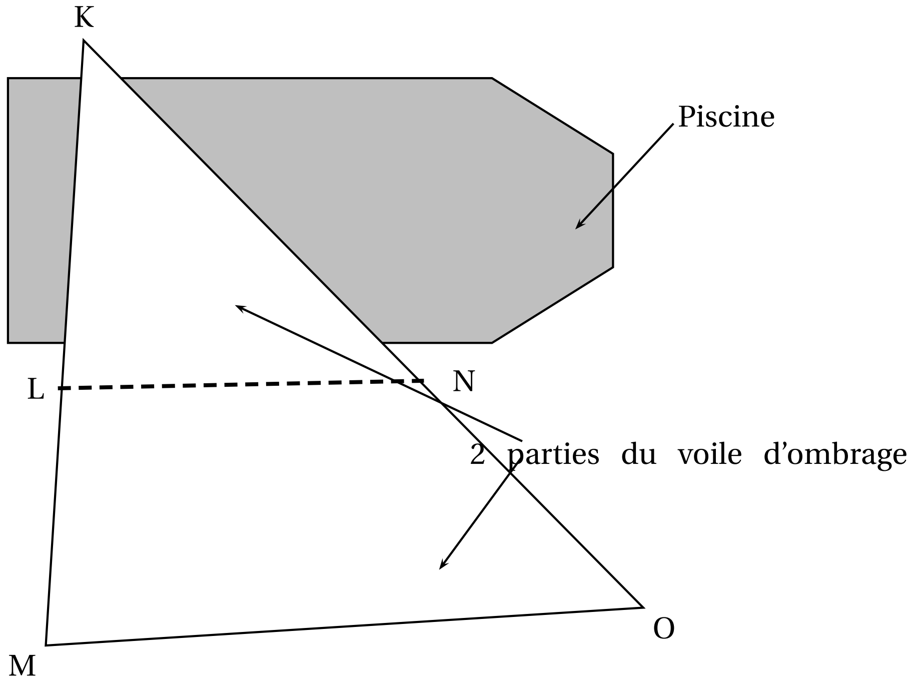
Données :

- le quadrilatère ACFH est un rectangle ;
- le point B est sur le côté [AC] et le point G est sur le côté [FH] ;
- les points D et E sont sur le côté [CF] ;
- $AC = 10$ m ; $AH = 4$ m ; $BC = FG = 2$ m ; $CD = EF = 1{,}5$ m.

Question :
Calculer la longueur de la frise.

2e partie

La personne décide d'installer, au-dessus de la piscine, une grande voile d'ombrage qui se compose de deux parties détachables reliées par une fermeture éclair comme le montre le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



Données :

- la première partie couvrant une partie de la piscine est représentée par le triangle KLN ;
- la deuxième partie est représentée par le trapèze LMON de bases [LN] et [MO] ;
- la fermeture éclair est représentée par le segment [LN] ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, L et M, sont alignés ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, N et O, sont alignés ;
- $KL = 5$ m ; $LM = 3,5$ m ; $NO = 5,25$ m ; $MO = 10,2$ m.

Question :
Calculer la longueur de la fermeture éclair.

Corrections

EX 1

1. On a $TH = 20 \times 0,6 = 12$ (m).
   Dans le triangle CTH rectangle en H le théorème de Pythagore s'écrit : $CT^2 = TH^2 + HC^2$ ou $15^2 = 12^2 + HC^2$ soit $HC^2 = 15^2 - 12^2 = (15+12)(15-12) = 27 \times 3 = 81 = 9^2$, d'où $CH = 9$ (m).
2. Les droites (CH) et (EF) étant toutes deux perpendiculaires à la droite (TH) sont parallèles; on a donc une configuration de Thalès ce qui permet d'écrire l'égalité des rapports :
   $\dfrac{EF}{CH} = \dfrac{TE}{CT}$ soit $\dfrac{13,5}{9} = \dfrac{TE}{15}$, d'où en multipliant par 15 :
   $TE = 15 \times \dfrac{13,5}{9} = 5 \times \dfrac{13,5}{3} = 5 \times 4,5 = 22,5$ (m)

EX 2

1. Le triangle BCD est rectangle en C. Le théorème de Pythagore permet d'écrire : $BD^2 = BC^2 + CD^2$, soit $BD^2 = 1,5^2 + 2^2 = 2,25 + 4 = 6,25 = 2,5^2$.
   Donc $BD = 2,5$ km.
2. C, D et E sont alignés; le triangle BCD est rectangle en C, donc la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (CE).
   Le triangle DEF est rectangle en E, donc la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (CE).
   Conclusion : les droites (BC) et (EF) étant perpendiculaires à la droite (CE) sont parallèles.
3. D'après le résultat précédent on peut appliquer le théorème de Thalès :
   $\dfrac{DF}{DB} = \dfrac{DE}{DC} = \dfrac{EF}{BC}$, soit
   $\dfrac{DF}{2,5} = \dfrac{5}{2}$, d'où en multipliant chaque membre par 2,5 :
   $DF = 2,5 \times 2,5 = 6,25$ km.
4. La longueur totale du parcours est égale à :
   $AB + BD + DF + FG = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25$ km.

5. Michel parcourt 16 km en 60 min ou 4 km en 15 min ou 1 km en $\dfrac{15}{4}$ min.

Pour parcourir 7 km, il mettra donc $7 \times \dfrac{15}{4} = \dfrac{105}{4}$ min soit $\dfrac{105}{4} \times 60 = 1\,575$ s soit 26 min 15 s.

EX 3

1. On compare les longueurs des côtés des triangles OAB et ODC :

On a $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{36}{64} = \dfrac{4 \times 9}{4 \times 16} = \dfrac{9}{16}$;

$\dfrac{OB}{OC} = \dfrac{27}{48} = \dfrac{3 \times 9}{3 \times 16} = \dfrac{9}{16}$, donc

$\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OB}{OC}$: d'après la réciproque de la propriété de Thalès cette égalité montre que les droites(AB) et (CD) sont parallèles.

2. On sait que l'on a également $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{AB}{CD}$ ou encore en remplaçant par les valeurs connues :

$\dfrac{9}{16} = \dfrac{AB}{80}$, d'où en multipliant chaque membre par 80 :

$AB = 80 \times \dfrac{9}{16} = 16 \times 5 \times \dfrac{9}{16} = 5 \times 9 = 45$ (cm).

3. On sait que le triangle ACD est rectangle en C; donc le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$AC^2 + CD^2 = AD^2$. (1)

Or $CD = 80$ et $AD = AO + OD = 36 + 64 = 100$.

L'égalité (1) devient :

$AC^2 + 80^2 = 100^2$, d'où $AC^2 = 100^2 - 80^2 = 10\,000 - 6\,400 = 3\,600$; d'où $AC = \sqrt{3600} = 60$.

Chaque étagère a une hauteur de 60 cm avec un plateau de 2 cm soit une hauteur de 62 cm; il y a 4 étagères, donc la hauteur totale du meuble est égale à : $4 \times 62 = 248$ (cm) plus le dernier plateau donc une hauteur totale de 250 cm.

EX 4

1re partie

Question :

La longueur de la frise est : AB + BD + DE + EG + GH + HA.
Or BCD et FGH sont des triangles rectangles dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 2 m et 1,5 m. Les hypoténuses de ces triangles [BD] et [EG] ont donc d'après le théorème de Pythagore une longueur telle que :
$BD^2 = EG^2 = 2^2 + 1,5^2 = 4 + 2,25 = 6,25$.
Donc $BD = EG = 2,5$.
La longueur de la frise est donc égale à :
$10 - 2 + 2,5 + 1 + 2,5 + 10 - 2 + 4 = 26$ (m).

2e partie
LMON étant un trapèze les droites (LN) et (MO) sont parallèles.
Dans le triangle KMO on a donc d'après le théorème de Thalès :
$\frac{KL}{KM} = \frac{KN}{KO} = \frac{LN}{MO}$, soit
$\frac{5}{5+3,5} = \frac{LN}{10,2}$ ou $\frac{5}{8,5} = \frac{LN}{10,2}$ d'où
$LN = 10,2 \times \frac{5}{8,5} = \frac{51}{8,5} = 6$ (m).