Les Fractions et quotient

I Définition-Vocabulaire

Définition 1 :
Soit deux nombres n et d ($d \neq 0$). Le **quotient** de n par d est le nombre qui multiplié par d, donne n.
On peut l'écrire en écriture fractionnaire : $\frac{n}{d}$.

Exemple 1 :
Soit deux nombres 5 et 7 . Le quotient de 5 par 7 est le nombre qui multiplié par 7, donne 5.
On peut l'écrire en écriture fractionnaire : $\frac{5}{7}$
On vérifie que $7 \times \frac{5}{7} = 5$

Définition 2 :
n est appelé le **numérateur** et d le **dénominateur**. $\frac{n}{d}$ est aussi le résultat de la division de n par d.
$n \div d = \frac{n}{d}$

Exemple 2 :
- Dans la fraction $\frac{6}{5}$: 5 est le numétareur et 6 et le dénominateur.
- Le résultat de la division de 8 par 9, c'est à dire le quotient de 8 par 9 est $\frac{8}{9}$.

Définition 3 :
Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.

II Écritures fractionnaires égales

Propriété 1 :
Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.
$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div d}{b \div d}$

Exemple 1 :
- $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} = \frac{40}{56}$
- $\frac{110}{30} = \frac{110 \div 10}{30 \div 10} = \frac{11}{3}$ On dit que la fraction a été simplifiée.

Propriété 2 :
Pour trouver par quoi on peut diviser le numérateur et dénominateur de la fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité.

III Comparaison de fractions

Propriété 1 :
Pour comparer des fractions, on peut :
Les réduire au même dénominateur et comparer les numérateurs (le sens de l'inégalité sera identique pour les fractions)

Exemple 1 :
Comparer $\frac{6}{4}$ et $\frac{14}{12}$:
On réduit au même dénominateur : $\frac{6}{4} = \frac{6 \times 3}{4 \times 3} = \frac{18}{12}$
On compare donc $\frac{18}{12}$ et $\frac{14}{12}$ or $18 > 14$ donc $\frac{18}{12} > \frac{14}{12}$ et $\frac{6}{4} > \frac{14}{12}$

Propriété 2 :
Pour comparer des fractions, on peut :
Les réduire au même numérateur et comparer les dénominateurs (le sens de l'inégalité sera l'inverse de celui des fractions).

Exemple 2 :
Comparer $\frac{8}{12}$ et $\frac{16}{20}$:
$\frac{8}{12} = \frac{8 \times 2}{12 \times 2} = \frac{16}{24}$,
on compare donc $\frac{16}{24}$ et $\frac{16}{20}$ or $24 > 20$ donc $\frac{16}{24} < \frac{16}{20}$ et $\frac{8}{12} < \frac{16}{20}$.
Attention, l'ordre des fractions est l'inverse de celui des dénominateurs.
A numérateur égal, plus le dénominateur est grand, plus la fration est petite.

Propriété 3 :
Pour comparer des fractions, on peut Comparer leurs écritures décimales.

Exemple 3 :
Comparer $\frac{5}{2}$ et $\frac{7}{4}$:
$\frac{5}{2} = 5 \div 2 = 2,5$ et $\frac{7}{4} = 7 \div 4 = 1,75$ donc comme $2,5 > 1,75$ alors $\frac{5}{2} > \frac{7}{4}$
Attention, pour utiliser cette méthode, il faut que le quotient existe, que la fraction soit un nombre décimal.

IV Égalité des produits en croix

Propriété 1 :
Deux fractions sont égales si et seulement si leurs produits en croix sont égaux.
On a : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $a \times d = b \times c$.

Méthode :
On peut utiliser le produit en croix pour déterminer si deux fractions sont égales.

Exemple 1 :
Regardons si $\frac{7}{8}$ et $\frac{35}{40}$ sont égales.
Les produits en croix sont : 7×40 et 8×35
$7 \times 40 = 280$ et $8 \times 35 = 280$. Donc $\frac{7}{8} = \frac{35}{40}$

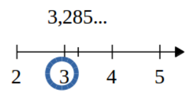
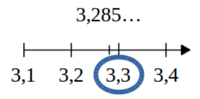
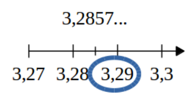
Méthode :
On peut utiliser le produit en croix pour compléter deux fractions égales.

Exemple 2 :
Déterminer le nombre a tel que: $\frac{23}{15} = \frac{207}{a}$
On sait que les fractions sont égales donc $23 \times a = 15 \times 207$.
$23 \times a = 15 \times 207$
D'où $23 \times a = 3105$
a est le nombre qui multiplié par 23 donne 3105, donc $a = \frac{3105}{23} = 135$

V Valeur approchée d'un quotient

Définition 1 :
A un rang donné :
- La **troncature** d'un nombre est sa valeur approchée par défaut.
- **L'arrondi** d'un nombre est, de sa valeur approchée par défaut ou par excès, celle qui est la plus proche.

Exemple 1 :
Nous allons procéder aux encadrements de $\frac{23}{7}$ et $\frac{23}{7} \approx 3,285714286$

Rang	Encadrement par les valeurs approchéespar défaut et par excès	Troncature	Arrondi	Axe gradué
A l'unité	$3 < \frac{23}{7} < 4$	3	3	
Au dixième	$3,2 < \frac{23}{7} < 3,3$	3,2	3,3	
Au centième	$3,28 < \frac{23}{7} < 3,29$	3,28	3,29	
Au millième	$3,285 < \frac{23}{7} < 3,286$	3,285	3,286