

# Complement Trigonométrie (Hors programme 1ère spe)

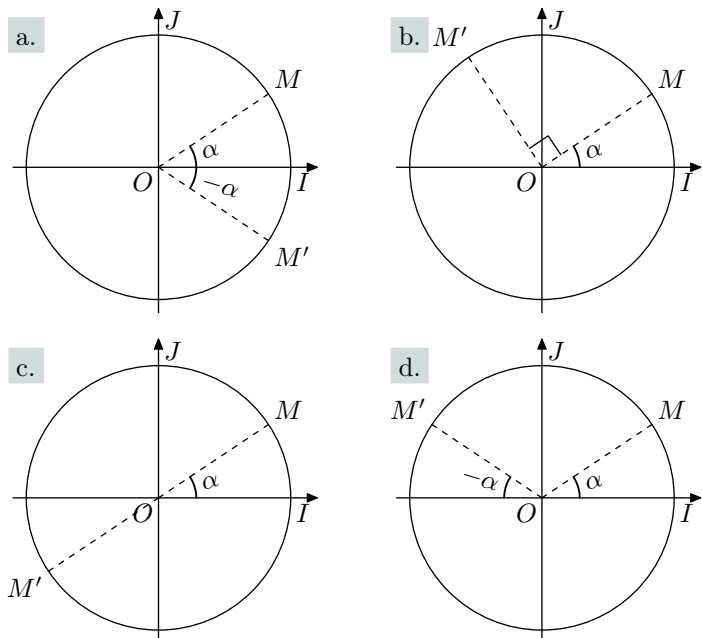
## Angles associés

### Exercice 1

1. Dans les quatre cas suivants, un point  $M$  est placé sur le cercle trigonométrique repéré par un angle  $\alpha$ . On rappelle qu'on note alors :

$$\widehat{IOM} = \alpha \text{ ou } M(\alpha).$$

A partir de ce point  $M$  est placé un nouveau point  $M'$  :



Exprimer l'angle repérant le point  $M'$  en fonction de  $\alpha$ .

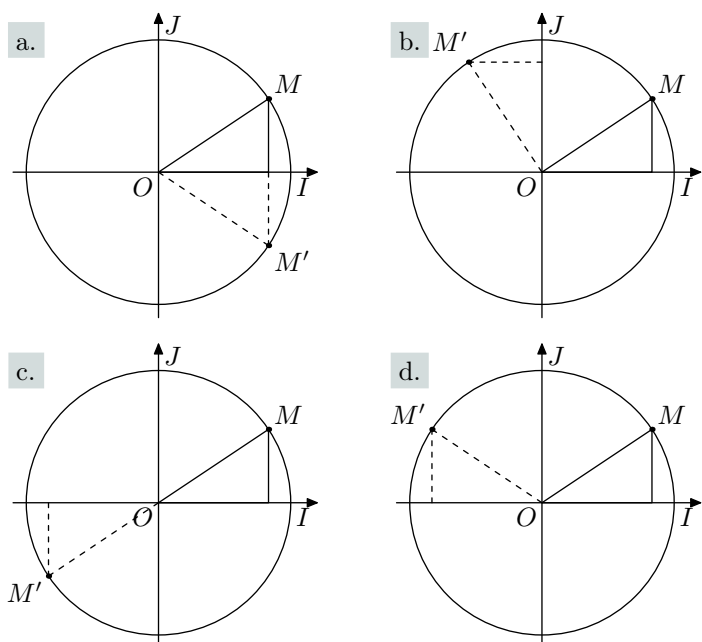
2. Nous utiliserons la définition et les propriétés suivantes :

#### Définition :

Deux triangles sont **isométriques** si leurs côtés sont deux à deux de même mesure.

#### Proposition :

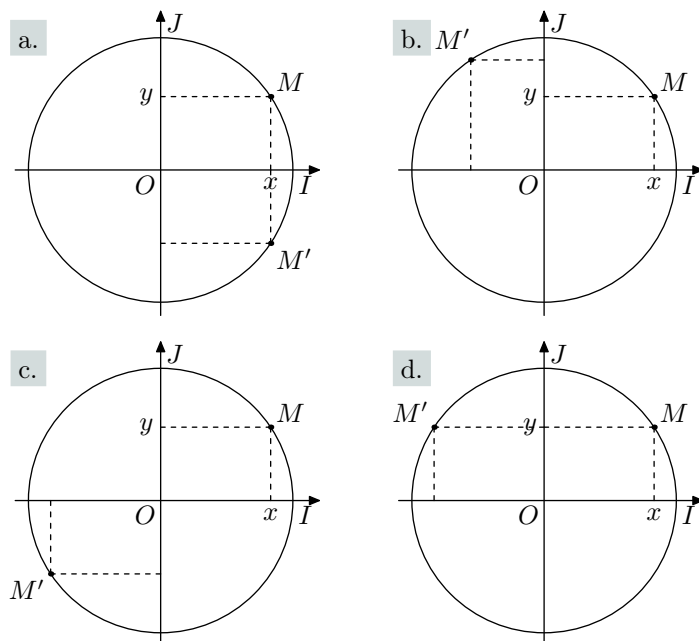
Si deux triangles ont un côté de même longueur adjacent à deux angles respectivement égaux alors ces deux triangles sont isométriques



Justifier, dans chaque cas, que le triangle présenté en

trait plein et le triangle présenté en pointillés sont isométriques.

3. Ouvrir le fichier "angleAssocie.ggb". Modifier la position du point  $M$  et observer la relation entre les coordonnées du point  $M$  et  $M'$  dans chacun des cas.
4. Indiquer sur la figure les coordonnées du point  $M'$  en fonction des coordonnées  $(x; y)$  du point  $M$  :



## Angles associés et formule trigonométrique

### Exercice 2

Soit  $\alpha$  un nombre réel. Simplifier les écritures suivantes :

- a.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$       b.  $\sin(\alpha + 3\pi)$   
 c.  $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$       d.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

### Exercice 3

1. Simplifier chacune des expressions suivantes :

- a.  $\cos(x - \pi)$       b.  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$   
 c.  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$       d.  $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

2. A l'aide de la relation :  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$  où  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$  simplifier les expressions suivantes :

- a.  $\tan(x + \pi)$       b.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

### Exercice 4

1. Etablir l'égalité :  $\cos\frac{\pi}{6} + \cos\frac{5\pi}{6} = 0$

2. Déterminer la valeur des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  réalisant l'égalité suivante :

$$2 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{7}\right) + 3 \cdot \cos\frac{8\pi}{7} - 2 \cdot \sin\frac{6\pi}{7} + \sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) = \alpha \cdot \cos\frac{\pi}{7} + \beta \cdot \sin\frac{\pi}{7}$$

### Exercice 5

1. Déterminer les valeurs exactes des expressions ci-dessous :

a.  $\sin\left(\frac{7\pi}{3}\right)$     b.  $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$     c.  $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2. Exprimer l'expression suivante à l'aide des rapports trigonométriques de  $\frac{\pi}{5}$  :

$$A = 2 \cdot \cos \frac{4\pi}{5} + 3 \cdot \sin \frac{6\pi}{5} - 4 \cdot \sin \frac{3\pi}{10}$$

### Exercice 6

1. On donne la valeur exacte :  $\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ .

a. En utilisant la formule  $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ , déterminer la valeur exacte de  $\sin \frac{\pi}{8}$ .

b. En déduire la valeur exacte de  $\cos \frac{5\pi}{8}$  en justifiant votre démarche.

c. Etablir l'égalité :  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ .

2. On considère l'expression suivante :

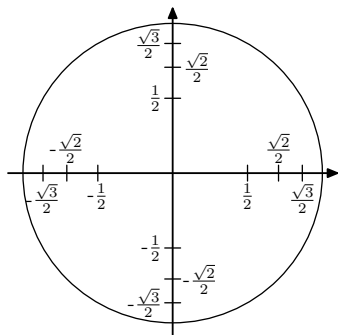
$$A = \cos \frac{9\pi}{8} - 3 \cdot \sin \frac{5\pi}{8} + 2 \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$$

Déterminer une écriture de l'expression de  $A$  en fonction des rapports trigonométriques de l'angle  $\frac{\pi}{8}$ .

### Equations

### Exercice 7

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$ , on considère le cercle trigonométrique représenté ci-dessous :



1. a. Sur le cercle trigonométrique, placer les deux points  $M$  et  $M'$  ayant pour abscisse  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- b. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre l'équation :

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. Dans l'intervalle des mesures principales, résoudre les équations suivantes :

a.  $\sin x = \frac{1}{2}$     b.  $\cos x = \frac{1}{2}$     c.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation suivante :

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ex 2



7605

ex 3



2235

ex 4



2230

ex 5



2304

ex 6



2244

ex 7



5482

ex 8



2624

ex 9



2874

### Exercice 8

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

### Exercice 9

1. Résoudre dans l'ensemble  $]-\pi; \pi]$  des mesures principales, les équations suivantes :

a.  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

c.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

d.  $\cos x = -\frac{1}{2}$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a.  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b.  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$