

Correction Évaluation de mathématiques

Suites géométriques :

EXERCICE 1

(5 points)

- Augmenter de 3% un nombre, c'est le multiplier par 1,03. **(1 point)**
On passe donc d'un terme de la suite au suivant en multipliant par le même nombre 1,03.
(C_n) est donc une suite géométrique de raison 1,03 et de premier terme $C_0 = 1000$ **(1 point)**.
- D'après la définition d'une suite géométrique, on a pour tout $n \in \mathbb{N} : C_{n+1} = 1,03C_n$, **(0,5 point)**
On sait d'après le cours que : $C_n = C_0 \times q^n$ **(0,5 point)**
d'où $C_n = 1000 \times 1,03^n$ **(0,5 point)**
- On en déduit que $C_{15} = 1000 \times 1,03^{15} \approx 1558$. **(0,5 point)**
Le capital au bout de 15 ans est environ de 1558 € **(0,5 point)**
- $C_{23} \approx 1974$ et $C_{24} \approx 2032$
C'est au bout de 24 ans que le capital aura doublé. **(0,5 point)**

EXERCICE 2

(3 points)

D'après le cours sur les variations des suites géométriques,

- Comme $0 < q = 0,2 < 1$, la suite de terme général $0,2^n$ est décroissante, et $u_n = 3 \times 0,2^n$ est aussi décroissante puisque $u_0 > 0$. **(1 point)**.
- Comme $q = 1,2 > 1$, la suite de terme général $1,2^n$ est croissante. mais comme $u_0 = -3 < 0$, la suite de terme général $-3 \times 1,2^n$ est décroissante **(1 point)**
- Comme $q = 1,1 > 1$, la suite de terme général $1,1^n$ est croissante et $u_n = 0,2 \times 1,1^n$ est aussi croissante puisque $u_0 > 0$. **(1 point)**

EXERCICE 3

(3 points)

D'après le cours sur les limites des suites géométriques,

- $0 < q = 0,8 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 12 \times 0,8^n = 0$ **(1 point)**.
- $0 < q = 0,7 < 1$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,7^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} -10 \times 0,7^n = 0$ **(1 point)**.
- $q = 1,1 > 1$, donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1,1^n = +\infty$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0,01 \times 1,1^n = +\infty$ **(1 point)**.

EXERCICE 4

(2 points)

On a $q = \frac{2}{3}$. Comme $0 < q < 1$, d'après le cours, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ **(1 point)**.

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ **(0,5 point)**

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3 - 2 \left(\frac{2}{3}\right)^n = 3$ **(0,5 point)**

EXERCICE 5

(3 points)

1. D'après le cours : $S_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ **(1 point)**

2. En application de la formule précédente : $S_{12} = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 4 \times \frac{1 - 0,8^{12+1}}{1 - 0,8} \approx 18,9$ **(2 points)**

EXERCICE 6

(2 points)

On reconnaît les 8 premiers termes de la suite géométrique définie par : $u_0 = 1$ et $q = 2$. **(1 point)**

On calcule $S_7 = u_0 + u_1 + \dots + u_7 = u_0 \times \frac{1 - 2^{7+1}}{1 - q} = 1 \times \frac{1 - 2^{7+1}}{1 - 2} = 255$ **(1 points)**

EXERCICE 7

(2 points)

U	n	Test : $U > 1$
8	0	Oui
4	1	Oui
2	2	Oui
1	3	Oui

En fin de programme, il sort : $U = 1$ et $n = 3$