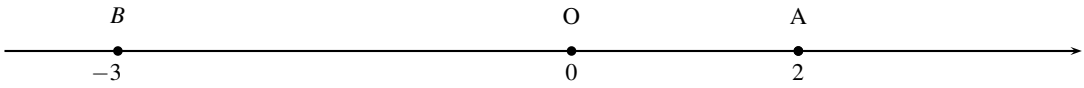
Valeur absolue

I VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE RÉEL

1 POINT DE VUE GÉOMÉTRIQUE

Sur une droite graduée munie d'une origine O et d'une graduation, on considère un point M d'abscisse x.
La valeur absolue de x, notée $|x|$ est le nombre égal …… .

Exemple :
On considère la droite graduée ci-dessous, d'origine O et dotée des points A et B, d'abscisse respective 2 et -3.



Par application de la définition, $OA =$ …… et $OB =$ ……
Comme on sait que $OA = 2$ et $OB = 3$, on en déduit que : $|2| =$ …… et $|-3| =$ ……
Comme une distance est positive,

- Si l'abscisse est positive, la valeur absolue de l'abscisse est égale à …… .
- Si l'abscisse est négative, la valeur absolue de l'abscisse est égale à …… ……

2 POINT DE VUE ALGÉBRIQUE

On appelle valeur absolue d'un réel x, le nombre noté $|x|$ tel que :

- Si $x \geqslant 0$ alors $|x| =$ ……
- Si $x \leqslant 0$ alors $|x| =$ ……

Exemples :

- $A = |4|$, comme $4 > 0$ alors $|4| = 4$ donc $A =$ ……
- $B = |-3|$, comme …… …… …… ……
- $C = |1-\sqrt{3}|$ …… …… …… …… ……
- $D = |x-2|$.
  …… …… ……
  …… ……
  …… ……

  On peut résumer l'écriture de $|x-2$ dans un tableau :

x	$-\infty$ …… $+\infty$
……	
$\lvert x-2\rvert$	

3 PROPRIÉTÉS :

- $|0| =$ …… ,
- Pour tout x réel , on a :

- Pour tout $x \in \mathbb{R}$, et $x \in \mathbb{R}^*$ on a : $\left|\frac{x}{y}\right| = \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots$

  $|x \times y| = \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots$

$|x| \geq \ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $|x| = 0 \Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots$ $\qquad$ $\sqrt{x^2} = \ldots\ldots\ldots$

II FONCTION VALEUR ABSOLUE

1 VARIATIONS

D'après la définition de la fonction f on a :

sur $]-\infty;0]$, $f(x) = \ldots\ldots\ldots$ et sur $[0;+\infty[$, $f(x) = \ldots\ldots\ldots$
La fonction f est donc strictement ……. ……. sur $]-\infty;0]$,
et strictement ……. ……. sur $[0;+\infty[$

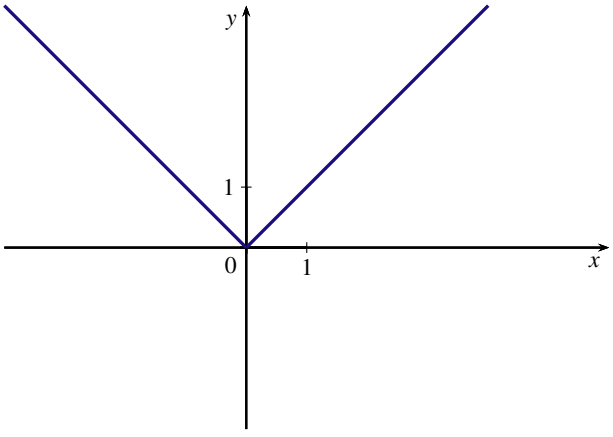
2 TABLEAU DE VARIATIONS

x	$-\infty$ ……. $+\infty$
$f(x) = \lvert x \rvert$	

3 REMARQUES :

La fonction valeur absolue est une fonction ……. .
La courbe de la fonction f admet donc (en repère orthogonal) ……. ……. …….

Démonstration :
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $|-x| = |x|$, donc ……. ……. …….

4 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE :

La courbe de la fonction f coïncide sur $]-\infty\,;\,0\,]$avec la demi droite ……. ……. ……. ……. et sur $[\,0\,;\,+\infty\,[$ avec ……. ……. ……. ……. ……. .