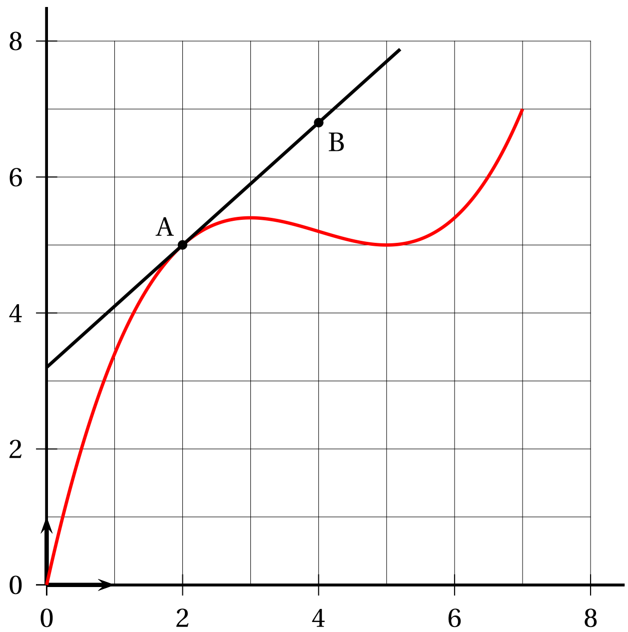
ACTIVITÉ 1 : Activité découverte : définition d'une intégrale : (vidéos 1 à 3)
Exercices 48 - 52 ; 53 ; 54 ; 55 ; 56 ; 57 p166

Exercices 1 (Bac ES-L sujet Antilles septembre 2017)
Sur le graphique ci-dessous est représentée la courbe $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[0;7]$.
Les points A et B ont pour coordonnées A(2; 5) et B(4; 6,8). La droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.



1. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A admet pour équation :
   (*aucun lien avec le plan de travail sur les intégrales, j'ai laissé cette question pour un petit rappel de seconde!!*)
   a. $y = -0,9x + 3,2$ **b.** $y = 0,9x + 3,5$ **c.** $y = 0,9x + 3,2$ **d.** $y = 1,8x + 3,2$
2. Quelle inégalité est juste ?
   a. $f(0) \leqslant \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant f(5)$ **b.** $2 \leqslant \int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 7$
   c. $18 \leqslant \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 19$ **d.** $25 \leqslant \int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 31$

Exercices 2 (Bac ES-L sujet Centre étrangers 2017)
On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-10\,;\,10]$ dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-10		-5		3		10
$g(x)$	7	↘	2	↗	4	↘	-6

On note $I = \int_{-5}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x$. On peut affirmer que :

a. $-5 \leqslant I \leqslant 3$ **b.** $2 \leqslant I \leqslant 4$ **c.** $16 \leqslant I \leqslant 32$ **d.** $4 \leqslant I \leqslant 8$

ACTIVITÉ 2 : Fonctions définies par une intégrale (vidéo 4) : Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1;5]$ par $f(x) = 2x - 1$.

1. Représenter, dans un repère orthonormal, la fonction f
2. Calculer à l'aide de la représentation graphique de f : $\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t$, puis $\int_1^4 f(t)\,\mathrm{d}t$ puis $\int_1^5 f(t)\,\mathrm{d}t$
3. Soit F la fonction définie sur $[1;5]$ par $F(x) = \int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$
   a) A l'aide de la question 2., donner les valeurs de $F(3)$, $F(4)$ et $F(5)$

b) Calculer $F(x)$ pour $x \in [1;5]$

c) On admet que F est dérivable sur $[1;5]$. calculer $F'(x)$. Qu'observe-t-on ?

ACTIVITÉ 3 : Découverte des primitives (vidéos 5-6)

— **Activité 1 p 150**

— **Primitives de fonctions usuelles (vidéo 7)** : Exercices 1 ; 2 ; 6 ; 9 ; 12 ; 13 p 158

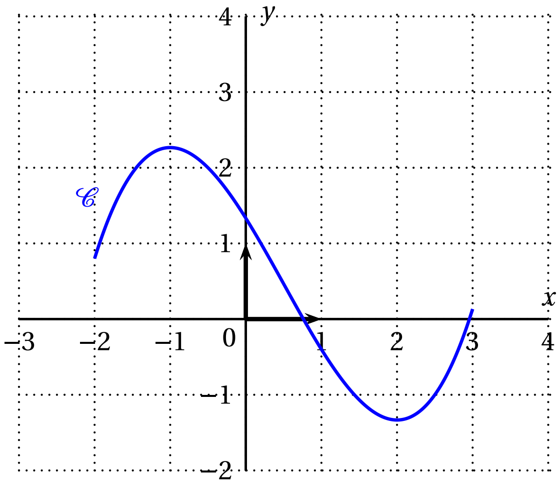
— **Primitives de formes usuelles (vidéo 8-9-10)** : Exercices 16 ; 17 ; 24 p 158 et 69 p 167

— Exercices 3 : **(Bac ES-L Sujet Asie 2017)**
Soit f la fonction définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + \ln(x).$$

On note F la primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ de la fonction f qui vérifie $F(1) = 0$.
Est-il vrai que pour tout réel x strictement positif, $F(x) = x\ln(x)$?

Exercices 4 : (**Bac ES-L Sujet Réunion Septembre 2017**)
On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,3]$.



Pour l' affirmation suivante, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.
Affirmation Sur $[-2\,;\,0]$, toute primitive de f est croissante.

ACTIVITÉ 4 : Utilisation des primitives pour le calcul intégral

— **Activité 2 p 150**

— **Calcul intégral (vidéo 11-12)** : Exercices 49 ;50 ;51 p 166 puis 28 ; 29 ; 32 ; 35 p 160

— Exercices 5 **Bac ES-L sujet Polynésie 2017**
f est la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = 2x\mathrm{e}^{x^2}$.
La valeur exacte de l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

1. $4\mathrm{e}^4 - 4\mathrm{e}^{-4}$
2. $4\left(\mathrm{e}^4 + \mathrm{e}^{-4}\right)$
3. 0
4. 1

Exercices 6 (**(Bac ES-L Sujet Nouvelle Calédonie février 2018**)
On définit la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,8]$ par

$$f(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Justifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[-3\,;\,8]$ par :

$$F(x) = (-x-4)\mathrm{e}^{-x}$$

   est une primitive de f sur le même intervalle.

2. Calculer la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{0}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

— **Calcul intégral à la calculatrice (vidéo 13)** : Exercices 110 p 171

— **Propriétés des intégrales (vidéos 14-15-16-17-18)** : Exercices 115 ; 118 ; 124 ; 127 p172 et 133 ; 135 p 173

— **Valeur moyenne (vidéos 19-20)** : Exercices 149 p 175

— **Exercices 7** : **(Bac ES-L sujet Liban 2017)**

On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{2}{x}$.

La valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$ est :

a. 2 **b** $\frac{1}{\mathrm{e}-1}$ **c.** $\frac{2}{\mathrm{e}-1}$ **d.** $\frac{-2}{\mathrm{e}-1}$

Applications :

— **Aire sous la courbe** : Exercices 36; 37 p 162 et 111 p 171

— **Étude de F(x)** : Exercices 75; 81 p168

ANNALES BAC

Exercices 8 : **(Bac ES-L sujet Pondichéry Juin 2017)**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les réponses seront données sans justification, avec la précision permise par le graphique situé en annexe.

Celui-ci présente dans un repère d'origine O la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.

1. Encadrer par deux entiers consécutifs chacune des solutions de l'équation
$f(x) = 10$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.
2. Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ et préciser la valeur en laquelle il est atteint.
3. La valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ appartient à un seul des intervalles suivants. Lequel?

a. $[9\,;\,17]$ **b.** $[18\,;\,26]$ **c.** $[27\,;\,35]$

Partie B

La courbe donnée ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ d'expression :

$$f(x) = 2x\mathrm{e}^{-x+3}.$$

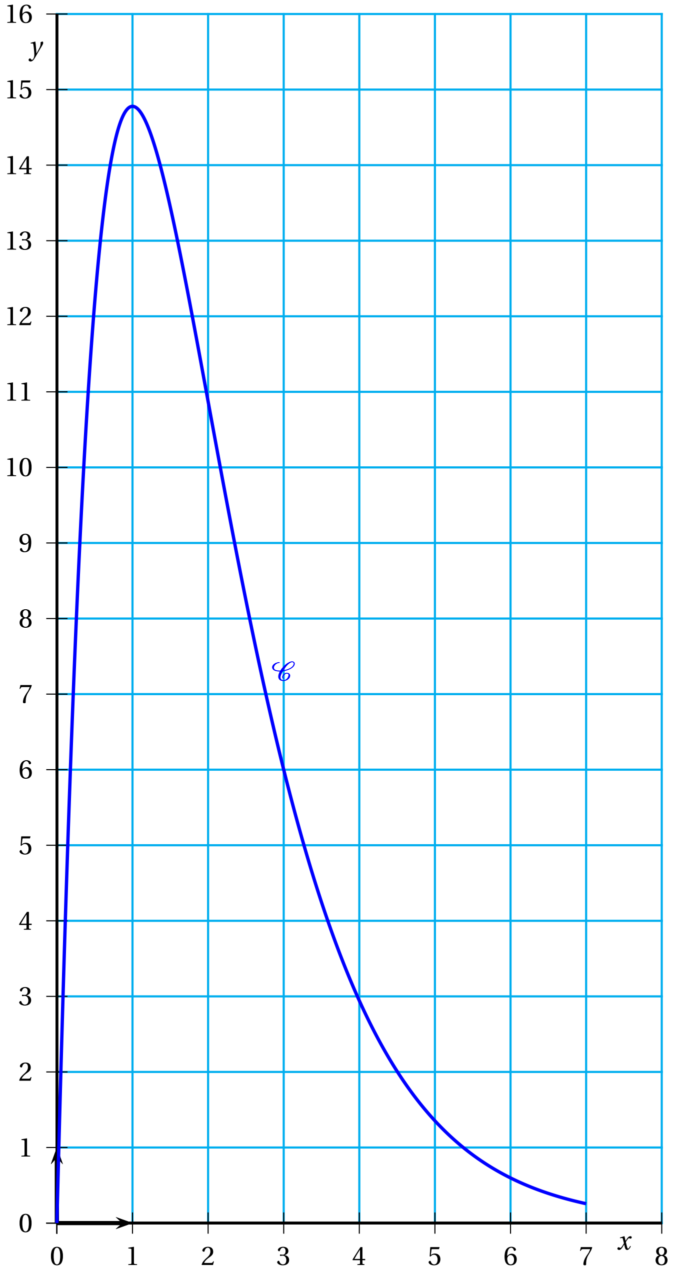
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,7]$, $f'(x) = (-2x+2)\mathrm{e}^{-x+3}$.
2. a) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ puis en déduire le tableau de variation de la fonction f sur ce même intervalle.
   b) Calculer le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.
3. a) Justifier que l'équation $f(x) = 10$ admet deux solutions sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ que l'on notera α et β avec $\alpha < \beta$.
   b) On admet que $\alpha \approx 0{,}36$ à 10^{-2} près.
   Donner une valeur approchée de β à 10^{-2} près.
4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ par :

$$F(x) = (-2x-2)\mathrm{e}^{-x+3}.$$

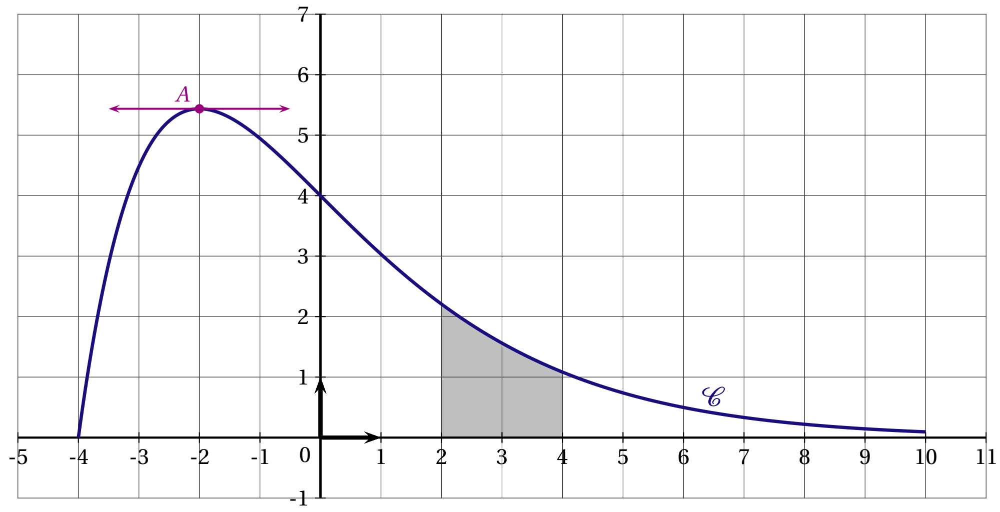
   a) Justifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$.
   b) Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine plan délimité par les droites d'équation $x = 1$, $x = 3$, l'axe des abscisses et la courbe $\mathscr{C}$.
5. La fonction f étudiée modélise le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x centaines d'objets (x compris entre 0 et 7).
   a) Calculer la valeur moyenne du bénéfice, à l'euro près, lorsque l'entreprise vend entre 100 et 300 objets.

b) L'entreprise souhaite que son bénéfice soit supérieur à 10 000 euros.
Déterminer le nombre d'objets possibles que l'entreprise devra vendre pour atteindre son objectif.



Exercices 9 **(Bac ES-L sujet Antilles 2017)**

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4\,;\,10]$. On note f' la fonction dérivée de f, et f'' sa dérivée seconde.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses.
Le domaine S grisé sur la figure est le domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = 2$ et la droite d'équation $x = 4$.



PARTIE A

1. Déterminer, en la justifiant, la valeur de $f'(-2)$.
2. Par une lecture graphique, quel semble être le signe de $f'(4)$?
3. Déterminer, par une lecture graphique, un encadrement par deux entiers consécutifs de l'aire du domaine S grisé sur la figure.

PARTIE B

La fonction f précédente est définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 10]$ par

$$f(x) = (x+4)\mathrm{e}^{-0,5x}.$$

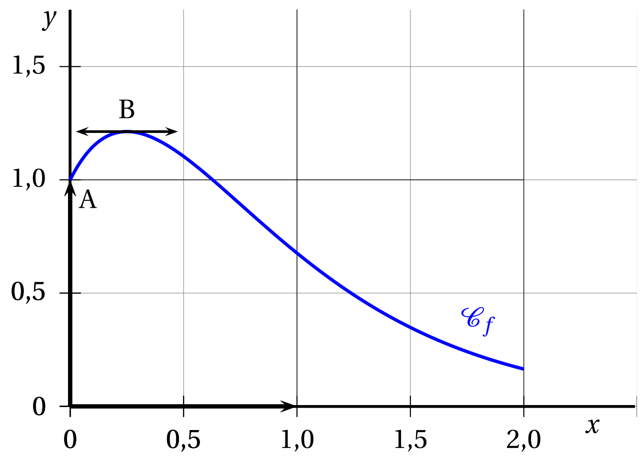
1. a) Montrer que $f'(x) = (-0,5x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   b) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 10]$.
   c) Montrer que sur l'intervalle $[1\ ;\ 6]$ l'équation $f(x) = 1,5$ admet une unique solution.
   On notera α cette unique solution.
   d) Donner une valeur approchée à 10^{-2} de α.
2. On admet que la dérivée seconde de f est définie par $f''(x) = 0,25x\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   a) Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 10]$.
   b) En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion I dont on calculera les coordonnées.
3. a) On considère la fonction F définie par $F(x) = (-2x-12)\mathrm{e}^{-0,5x}$. Comment peut-on montrer que F est une primitive de f sur l'intervalle $[-4; 10]$? *On ne demande pas d'effectuer cette vérification.*
   b) Calculer $S = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.

Exercices 10 **(Bac ES-L sujet Amérique du Sud septembre 2017)**

Le graphique ci-dessous représente, dans un repère orthonormal, la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0; 2]$.
On suppose que f est deux fois dérivable et on note f' la fonction dérivée de f.

On sait que :

- le point A$(0; 1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse 0,25 est parallèle à l'axe des abscisses.



Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

On suppose que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0;2]$ par $f(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-2x}$ où a et b sont deux réels à déterminer.

1. En utilisant le graphique et les données de l'énoncé, déterminer $f(0)$ et $f'(0{,}25)$.
2. Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b.
3. Déduire des deux questions précédentes les valeurs des réels a et b.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0;2]$ par

$$f(x) = (4x+1)\mathrm{e}^{-2x}.$$

On admet par ailleurs que $f'(x) = (2-8x)\mathrm{e}^{-2x}$ et $f''(x) = (16x-12)\mathrm{e}^{-2x}$ où f'' désigne la dérivée seconde de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$.

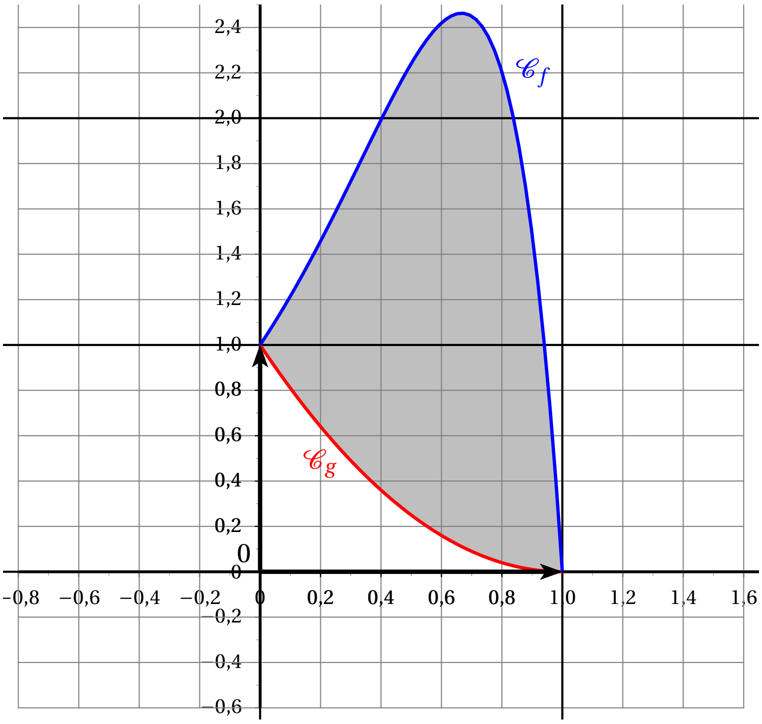
1. Étudier le signe de f' sur $[0;2]$ puis en déduire les variations de f sur $[0;2]$.
2. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet, sur l'intervalle $[0;2]$, un unique point d'inflexion dont on précisera l'abscisse.
3. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0;2]$ par $F(x) = (-2x-1{,}5)\mathrm{e}^{-2x}$.
   a) Montrer que F est une primitive de la fonction f sur $[0;2]$.
   b) En déduire l'aire exacte $\mathscr{A}$, en unité d'aire, du domaine D du plan situé entre $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=2$.
   c) Déterminer la valeur moyenne, arrondie à 10^{-1}, de la fonction f sur l'intervalle $[0;2]$.

Exercices 11 : (Bac ES-L Sujet Métropole Juin 2017)

Une entreprise souhaite utiliser un motif décoratif pour sa communication.
Pour réaliser ce motif, on modélise sa forme à l'aide de deux fonctions f et g définies par :
pour tout réel x de $[0\,;\,1]$,

$$f(x) = (1-x)\mathrm{e}^{3x} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2-2x+1.$$

Leurs courbes représentatives seront notées $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



Partie A

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

dériver $(1-x)*\exp(3x)$
$: -3x*\exp(3*x)+2*\exp(3*x)$
factoriser $-3x*\exp(3*x)+2*\exp(3*x)$
$: \exp(3x)*(-3x+2)$
factoriser(dériver(exp$(3x)(-3x+2)$))
$: 3*\exp(3*x)(1-3x)$

Lecture : la dérivée de la fonction f est donnée par $f'(x) = -3x\mathrm{e}^{3x} + 2\mathrm{e}^{3x}$, ce qui, après factorisation, donne $f'(x) = (-3x+2)\mathrm{e}^{3x}$.

1. Étudier sur $[0 ; 1]$ le signe de la fonction dérivée f', puis donner le tableau de variation de f sur $[0 ; 1]$ en précisant les valeurs utiles.
2. La courbe $\mathscr{C}_f$ possède un point d'inflexion. Déterminer ses coordonnées.

Partie B

On se propose de calculer l'aire de la partie grisée sur le graphique.

1. Vérifier que les points A et B de coordonnées respectives $(1; 0)$ et $(0; 1)$ sont des points communs aux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. On admet que : pour tout x dans $[0; 1]$, $f(x) - g(x) = (1-x)\left(\mathrm{e}^{3x} - 1 + x\right)$.
   a) Justifier que pour tout x dans $[0; 1]$, $\mathrm{e}^{3x} - 1 \geqslant 0$.
   b) En déduire que pour tout x dans $[0; 1]$, $\mathrm{e}^{3x} - 1 + x \geqslant 0$.
   c) Étudier le signe de $f(x) - g(x)$ pour tout x dans $[0; 1]$.
3. a) Calculer $\int_0^1 g(x)\ \mathrm{d}x$.
   b) On admet que :
   $$\int_0^1 f(x)\ \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^3 - 4}{9}.$$
   Calculer l'aire S, en unité d'aire, de la partie grisée. Arrondir le résultat au dixième.