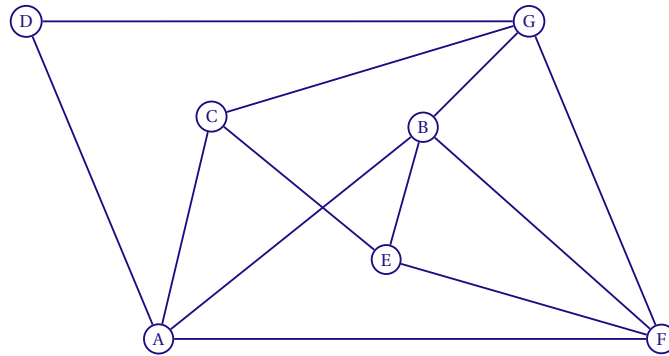


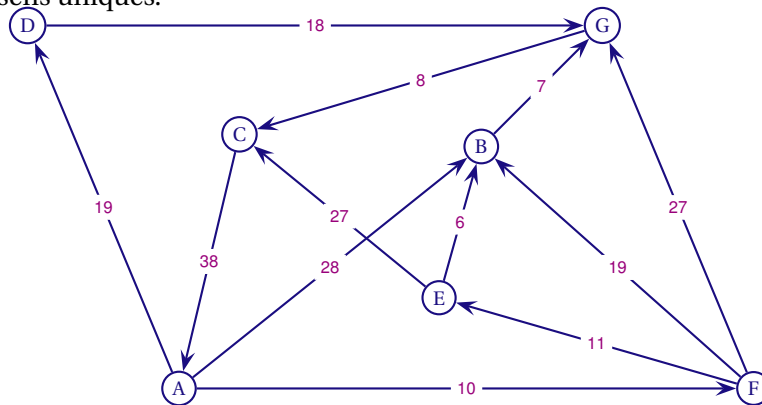
PLAN DE TRAVAIL ALGORITHME DE DIJSKRA

EXERCICE 1

On considère le graphe suivant :



1. Existe-t-il des chaînes de longueur 2 partant du sommet A et aboutissant au sommet C?
2. Le graphe admet-il des chaînes eulériennes? Si oui, en préciser une.
3. Le graphe pondéré ci-dessous, donne en minutes, les durées moyennes des parcours entre A et C en tenant compte des sens uniques.



Un automobiliste doit se rendre de A à C. En utilisant un algorithme, déterminer le trajet le plus rapide pour aller de A à C.

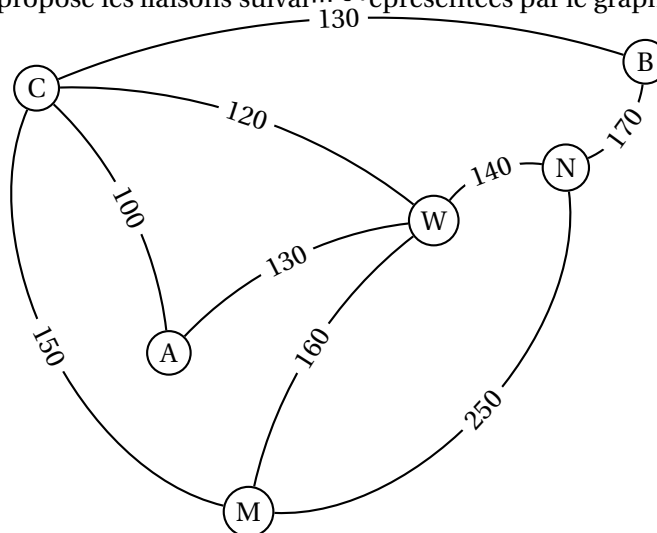
Le retour sera-t-il plus rapide que l'aller?

EXERCICE 2 Pondichéry Juin 2017

Alexis part en voyage dans l'Est des Etats-Unis. Il souhaite visiter les villes suivantes :

Atlanta (A), Boston (B), Chicago (C), Miami (M), New York (N) et Washington (W).

Une compagnie aérienne propose les liaisons suivantes représentées par le graphe ci-dessous :

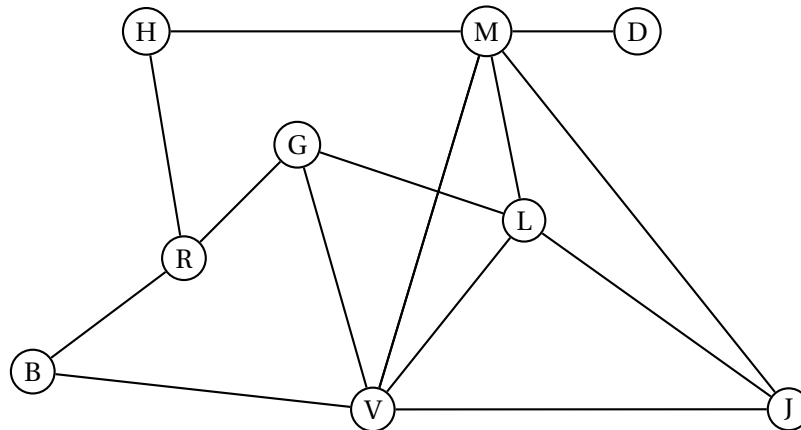


Les nombres présents sur chacune des branches indiquent le tarif, en dollars, du vol en avion.

1. a) Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un trajet qui permet à Alexis d'emprunter chaque liaison aérienne une et une seule fois?
b) Donner un exemple d'un tel trajet.
2. Alexis veut relier Boston à Miami.
En utilisant un algorithme, déterminer le trajet le moins cher ainsi que le coût de ce trajet.
3. a) Donner la matrice d'adjacence P de ce graphe en classant les sommets par ordre alphabétique.
b) Alexis souhaite aller d'Atlanta à Boston en utilisant au maximum trois liaisons aériennes.
Combien y a-t-il de trajets possibles? Justifier la démarche puis décrire chacun de ces trajets.

EXERCICE 3 Amérique du Nord Juin 2017

Sarah, une jeune étudiante en géologie, souhaite partir en voyage en Islande avec des amis. Elle a loué une voiture tout terrain pour pouvoir visiter les lieux remarquables qu'elle a sélectionnés. Sarah a construit le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les lieux à visiter et les arêtes représentent les routes ou pistes :

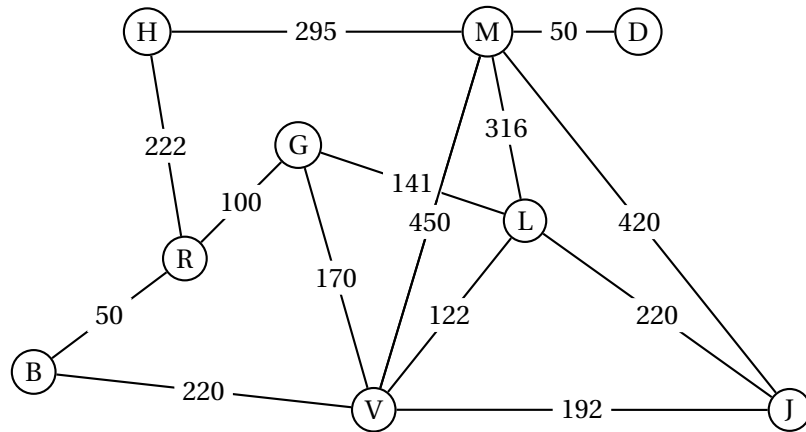


- | | | |
|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------|
| B : Le lagon bleu. | H : Rocher Hvítserkur. | M : Lac de Mývatn. |
| D : Chute d'eau de Dettifoss. | J : Lagune glaciaire de Jökulsárlón. | R : Capitale Reykjavik. |
| G : Geysir de Geysir. | L : Massif du Landmannalaugar. | V : Ville de Vik. |

1. Dans cette question, chaque réponse sera justifiée.
 - a) Déterminer l'ordre du graphe.
 - b) Déterminer si le graphe est connexe.
 - c) Déterminer si le graphe est complet.
2. Sarah désire emprunter toutes les routes une et une seule fois. Déterminer, en justifiant, si cela est possible.
3. On appelle M la matrice associée au graphe précédent sachant que les sommets sont placés dans l'ordre alphabétique. On donne ci-dessous une partie de la matrice M ainsi que la matrice M^4 :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M^4 = \begin{pmatrix} 12 & 3 & 16 & 8 & 14 & 13 & 15 & 2 & 10 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 9 & 11 & 6 & 3 & 12 \\ 16 & 5 & 24 & 11 & 23 & 21 & 26 & 5 & 20 \\ 8 & 6 & 11 & 10 & 13 & 14 & 9 & 3 & 14 \\ 14 & 9 & 23 & 13 & 28 & 29 & 29 & 8 & 30 \\ 13 & 11 & 21 & 14 & 29 & 38 & 32 & 15 & 40 \\ 15 & 6 & 26 & 9 & 29 & 32 & 43 & 14 & 34 \\ 2 & 3 & 5 & 3 & 8 & 15 & 14 & 15 & 21 \\ 10 & 12 & 20 & 14 & 30 & 40 & 34 & 21 & 49 \end{pmatrix}$$

- a) Il manque certains coefficients de la matrice M . Compléter et recopier uniquement la partie manquante de cette matrice.
 - b) Donner, en le justifiant, le nombre de chemins de longueur 4 permettant d'aller de B à D.
4. Sur le graphe pondéré ci-dessous, on a indiqué sur les arêtes les distances en kilomètre entre les différents lieux :



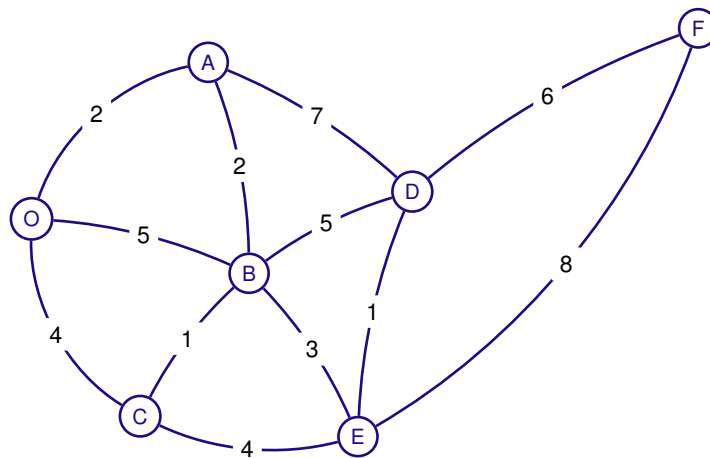
Déterminer à l'aide de l'algorithme de Dijkstra la distance minimale permettant d'aller du sommet B (Lagon bleu) au sommet D (Chute d'eau de Dettifoss).
Préciser alors le trajet à emprunter.

EXERCICE 4 Polynésie Juin 2017

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

Alex a téléchargé sur son smartphone un jeu lui permettant de combattre des animaux virtuels par localisation GPS. Le graphe pondéré représenté ci-dessous illustre le trajet qu'Alex doit suivre en marchant dans les rues de sa ville et le nombre d'animaux virtuels qu'il doit combattre sur la route suivie.



À l'aide d'un algorithme, déterminer le nombre minimal de créatures qu'Alex doit combattre s'il part du point O pour arriver au point F de la ville. Détailler les étapes de l'algorithme.

PARTIE B

Alex retrouve d'autres personnes, ayant le même jeu, dans le parc de la ville dans le but de comparer le nombre de créatures qu'ils ont combattues.

Le premier jour, 8 personnes se sont retrouvées dans le parc. Le second jour, on comptait 25 personnes et le troisième jour, 80 personnes se sont retrouvées dans le parc.

Soit f la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a , b et c sont trois nombres réels et x un nombre entier compris entre 1 et 10. On admet que la fonction f modélise le nombre de personnes qui se retrouvent dans le parc le x -ième jour.

1. Traduire l'énoncé par un système de trois équations à trois inconnues a , b et c .
2. Vérifier que ce système est équivalent à l'équation $AX = B$ avec :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 8 \\ 25 \\ 80 \end{pmatrix}$$

3. Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 0,5 & -1 & 0,5 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Calculer $M \times A$.
 - b) Que représente la matrice M pour la matrice A ?
4. Le parc de la ville a une capacité d'accueil de 2 500 personnes.
Selon ce modèle, le parc risque-t-il de refuser d'accueillir des personnes un de ces dix jours?
Justifier la réponse.