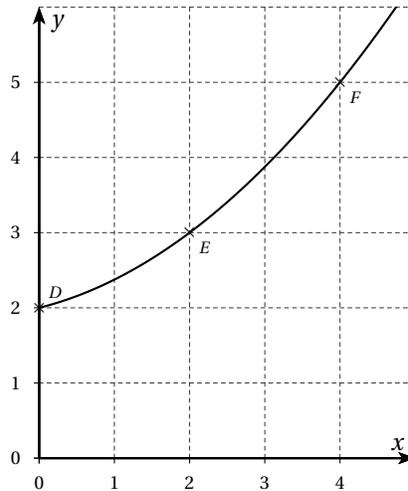


correction annales bac sur les matrices

EXERCICE 2 - EXTRAIT AMÉRIQUE DU NORD 2015



1. a. • en 2000, $x = 0$, et $f(0) = 2$ centaine.
Soit encore : $a \times 0^2 + b \times 0 + c = 2 \Leftrightarrow c = 2$.
- en 2012, $x = 2$, et $f(2) = 3$ centaines.
Soit encore : $a \times 2^2 + b \times 2 + c = 3 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 3$.
- en 2014, $x = 4$, et $f(4) = 5$ centaines.
Soit encore : $a \times 4^2 + b \times 4 + c = 5 \Leftrightarrow 16a + 4b + c = 5$.

On en déduit le système suivant :

$$\begin{cases} c=2 \\ 4a+2b+c=3 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} c=2 \\ 4a+2b+c=3 \\ 16a+4b+c=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} c \\ 4a+2b+c \\ 16a+4b+c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow MX = R$$

$$\text{Avec : } M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ et } R = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

2. Comme M est inversible :

$$MX = R \Leftrightarrow X = M^{-1} \times R$$

$$\text{Soit encore : } X = \begin{pmatrix} 0,125 & -0,25 & 0,125 \\ -0,75 & 1 & -0,25 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{On obtient : } X = \begin{pmatrix} 0,125 \\ 0,25 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ainsi : } f(x) = \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 2.$$

3. En 2016, $x = 6$ et $f(6) = \frac{1}{8} \times 6^2 + \frac{1}{4} \times 6 + 2 = 8$.

Il y aura 800 agences de services à domicile.

EXERCICE 3 : EXTRAIT PONDICHÉRY 2015

$$1. \text{ a. } P = H \times C = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \times 25 + 10 \times 20 + 14 \times 15 \\ 6 \times 25 + 6 \times 20 + 10 \times 15 \\ 12 \times 25 + 10 \times 20 + 18 \times 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 610 \\ 420 \\ 770 \end{pmatrix}$$

- b. Le premier coefficient représente 610 € coût du modèle 1 après passage par les trois postes de travail : 8h multiplié par 25 €/h (coût horaire du poste 1) plus 10 h multiplié par 20 €/h (coût horaire du poste 2) plus 14 h multiplié par 15 €/h (coût horaire du poste 3).

De même pour les autres coefficients.

2. a. Ici, nous ne connaissons pas le coût unitaire par poste, a , b et c désignent les coûts horaires par postes de travail respectif, Poste 1, Poste 2 et Poste 3.

Pour le modèle 1 :

Le coût du modèle 1 après passage par les trois postes de travail : 8h multiplié par a €/h (coût horaire du poste 1) plus 10h multiplié par b €/h (coût horaire du poste 2) plus 14 h multiplié par c €/h (coût horaire du poste 3), et il vaut 500 €

De même pour les autres modèles.

$$\text{On en déduit que : } \begin{pmatrix} 8 \times a + 10 \times b + 14 \times c \\ 6 \times a + 6 \times b + 10 \times c \\ 12 \times a + 10 \times b + 18 \times c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix} \Leftrightarrow H \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}.$$

- b. Pour déterminer les réels a , b et c , il suffit de calculer : $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = H^{-1} \times \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix}.$

$$H \text{ est bien inversible : } H^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{5}{3} & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\text{Et : } \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{5}{3} & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 500 \\ 350 \\ 650 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ \frac{25}{2} \\ \frac{25}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 12,5 \\ 12,5 \end{pmatrix}$$

Le coût horaire est de 25 €/h pour le poste 1, 12,5 €/h pour le poste 2 et de 12,5€/h pour le poste 3.

Exercice 3 : (issu Arie yallouz)

Correction en ligne :

http://yallouz.arie.free.fr/terminale_c/ontroles/2015-2016_c1s/cont1s20152016.php?page=exolasc