Correction Plan de travail Loi Binomiale (rappels)

Exercice 7:

On a remarqué de 1 % des pièces sortant d'une machines sont défectueuses. On fait des lots de 10 pièces et on suppose que les défectuosités sont indépendantes.
1) Modéliser la situation avec une loi binomiale.
2) Quelle est la probabilité pour qu'on ait :
exactement 3 pièces défectueuses ? exactement 10 pièces défectueuses ? aucune pièce défectueuse ?
3) En déduire la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse.
4) Combien aura-t-on en moyenne de pièces défectueuses ?

Correction :

1) Soit X la variable aléatoire dénombrant le nombre de pièces défectueuses
La situation peut alors être modélisée par une loi Binomiale :
$n=10$ puisqu'il y a 10 tirages et $p=0,01$ la probabilité de « succès », avoir une pièce défectueuse.

2) $p(X=3)=\binom{10}{3}\times 0,01^3\times 0,99^7$

$p(X=10)=\binom{10}{10}\times 0,01^{10}\times 0,99^0$

3) $p(X\geq 1)=1-p(X=0)=1-\binom{10}{0}\times 0,01^0\times 0,99^{10}$

4) Pour déterminer le nombre moyen de pièces défectueuses, on calcule l'espérance de X :
$E(X)=n\times p=10\times 0,01=0,1$
Il y aura en moyenne 0,1 pièces défectueuses.

Exercice 8 :

Une société organise une tombola sous la forme de tickets à acheter. La probabilité qu'un ticket commercialisé soit gagnant est de 0,2. Un client tire au hasard de façon indépendante dix tickets et les achète.
On appelle X la variable aléatoire dénombrant les tickets gagnants parmi les dix tickets achetés.
1) Déterminer la loi de probabilité suivie par X .
2) Quelle est la probabilité de gagner exactement deux fois ?
3) Calculer l'espérance de X . Interpréter ce nombre.

Correction :

1) Soit X la variable aléatoire dénombrant le nombre de tickets gagnants
La situation peut alors être modélisée par une loi Binomiale :
$n=10$ puisqu'il y a 10 tirages et $p=0,2$ la probabilité de « succès », avoir un ticket gagnant.

2) $p(X=2)=\binom{10}{2}\times 0,01^3\times 0,99^7$

$p(X=10)=\binom{10}{10}\times 0,01^{10}\times 0,99^0$

3) $p(X\geq 1)=1-p(X=0)=1-\binom{10}{0}\times 0,01^0\times 0,99^{10}$

4) Pour déterminer le nombre moyen de pièces défectueuses, on calcule l'espérance de X :
$E(X)=n\times p=10\times 0,01=0,1$

Il y aura en moyenne 0,1 pièce défectueuse par lot de 10 pièces.

Exercice 9:

Un fabricant produit et vend 400 consoles de jeux par mois. Le coût de fabrication est de 160 € par machine. Le fabricant fait réaliser un test de conformité, dans les mêmes conditions, sur chacun de ses objets fabriqués. Le test est positif dans

93% des cas et une console de jeux reconnue conforme peut alors être vendue 290 €. Si le test est en revanche négatif, la console de jeux est bradée au prix de 150 €.

1) On note X la variable aléatoire qui indique le nombre de consoles de jeux conformes parmi les 400 produites. Calculer l'espérance de X .
2) On note Y la variable aléatoire qui indique le bénéfice mensuel, exprimé en euros. Calculer l'espérance de Y et interpréter le résultat.

Correction :

1) X suit une loi Binomiale de paramètres $n=400$ puisqu'il y a 400 consoles dans l'échantillon et $p=0,93$ la probabilité que la console soit conforme.
Pour déterminer l'espérance de X , on calcule : $E(X)=n\times p=400\times 0,93=372$
En moyenne, chaque mois, il y a 372 consoles conformes et 28 non-conformes.

2) Question hors programme TES-L :
Y est la variable aléatoire qui indique le bénéfice mensuel : Cette variable ne suit pas une loi binomiale. On ne peut pas appliquer les résultats de cours. Il faut donc poser le problème à partir de la variable X pour déterminer le bénéfice de l'entreprise :

Il y a X consoles conformes vendues 290 €, donc $400-X$ consoles non-conformes vendues 150€.
La recette est donc de : $290X+(400-X)\times 150=140X+60000$
D'autre part, les coûts de fabrications de 400 consoles à 160€ pièce, s'élèvent à : $400\times 160=64000$ €
La recette est donc, pour X consoles conformes, de $140X+60000-64000=140X-4000$
Comme en moyenne, il y a 372 consoles conformes, on prend $X=372$ pour obtenir le bénéfice mensuel moyen :
$140\times 372=48000$. Ce bénéfice moyen est l'espérance de Y.
d'où $E(Y)=48000$