

NOM : _____ Prénom : _____

Note :

_____ 20

Compétence	Acquis	En cours d'acquisition	Non Acquis
Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.			
Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.			
Connaître et exploiter la formule suivante : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$			

Exercice 1: (4 points)

Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues. Pour un élève donné, on note A l'événement : « l'élève étudie l'anglais » et E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

- 1) Que représente l'événement $A \cap E$?
- 2) Que représente l'événement $A \cup E$?
- 3) Combien d'élèves n'apprennent ni l'anglais ni l'espagnol ?
- 4) Quel est l'événement contraire de A ?

Exercice 2: (6 points)

Un sac contient des jetons carrés ou ronds, de couleur verte, bleue ou noire. Il y a 10 jetons verts dont 4 carrés; 10 des 12 jetons bleus sont carrés; 14 des 18 jetons noirs sont ronds.

- 1) Utiliser un arbre ou un tableau pour donner le nombre de jetons de chaque sorte.
- 2) On tire un jeton au hasard : on suppose qu'il y a équiprobabilité. Soit A l'événement : « le jeton est vert », B l'événement : « le jeton est carré » et C l'événement : « le jeton est carré et n'est pas bleu ».
 - a) Calculer les probabilités respectives de A, de B et de C.
 - b) Calculer les probabilités des événements contraires de A, de B et de C.
 - c) Exprimer par une phrase l'événement contraire de C.

Exercice 3 : (4 points)

On joue avec un dé truqué à 6 faces. On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1,2,3,4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\frac{1}{2}$.

- 1) Soit A l'événement : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Calculer $p(A)$.
- 2) Soit B l'événement : « obtenir 1 ». Déterminer $p(B)$.
- 3) Soit C l'événement : « obtenir un nombre pair ». Déterminer $p(C)$.
En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.

Exercice 4 : (6 points)

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.

On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10 » ;

- 1) Calculer les probabilités des événements A, B, C, $A \cap B$, $B \cap C$ et $A \cap \overline{C}$.
- 2) En déduire la probabilité des événements $A \cup B$ et $A \cup \overline{C}$.

Que peut-on dire de l'événement $A \cup \overline{C}$?

NOM : _____ Prénom : _____

Note :

20

Compétence	Acquis	En cours d'acquisition	Non Acquis
Déterminer la probabilité d'événements dans des situations d'équiprobabilité.			
Utiliser des modèles définis à partir de fréquences observées.			
Connaître et exploiter la formule suivante : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$			

Exercice 1: (6 points)

Un sac contient des jetons carrés, ronds ou triangulaires, de couleur noire ou verte.

Il y a 10 jetons ronds dont 4 noirs; 5 des 15 jetons carrés sont verts; 6 des 25 jetons triangulaires sont noirs.

- 1) Utiliser un arbre ou un tableau pour donner le nombre de jetons de chaque sorte.
- 2) On tire un jeton au hasard : on suppose qu'il y a équiprobabilité. Soit A l'événement : « le jeton est rond », B l'événement : « le jeton est de couleur verte » et C l'événement : « le jeton est de couleur noire et n'est pas rond ».
 - a) Calculer les probabilités respectives de A, de B et de C.
 - b) Calculer les probabilités des événements contraires de A, de B et de C.
 - c) Exprimer par une phrase l'événement contraire de C.

Exercice 2: (4 points)

Le professeur de musique a fait une enquête auprès de 150 élèves d'un collège : 116 élèves déclarent aimer les variétés, 52 la musique classique et 40 aiment à la fois les variétés et la musique classique.

Pour un élève donné, on désigne par V l'événement « l'élève aime les variétés » et M l'événement « l'élève aime la musique classique ».

- 1) Que représente l'événement $V \cap M$?
- 2) Que représente l'événement $V \cup M$?
- 3) Combien d'élèves n'aiment ni les variétés, ni la musique classique ?
- 4) Quel est l'événement contraire de V ?

Exercice 3 : (6 points)

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.

On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est impair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 10 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 20 » ;

- 1) Calculer les probabilités des événements A, B, C, $\overline{A \cap B}$, $B \cap C$, $\overline{A \cap C}$ et $\overline{B \cap C}$.
- 2) En déduire la probabilité des événements $\overline{A \cup B}$ et $\overline{A \cup C}$.

Que peut-on dire de l'événement $\overline{A \cup C}$?

Exercice 4: (4 points)

On joue avec un dé truqué à six faces. La probabilité d'obtenir une face est proportionnelle au numéro

qu'elle porte : $p_1 = \frac{p_2}{2} = \frac{p_3}{3} = \frac{p_4}{4} = \frac{p_5}{5} = \frac{p_6}{6}$ où p_i est la probabilité d'obtenir la face i.

- 1) Exprimer p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 en fonction de p_1 .
- 2) Calculer p_1 . En déduire p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 .
- 3) On lance une fois ce dé. Calculer la probabilité d'obtenir :
 - a) un nombre pair
 - b) un multiple de 3

CORRECTION

Exercice 1: (4 points)

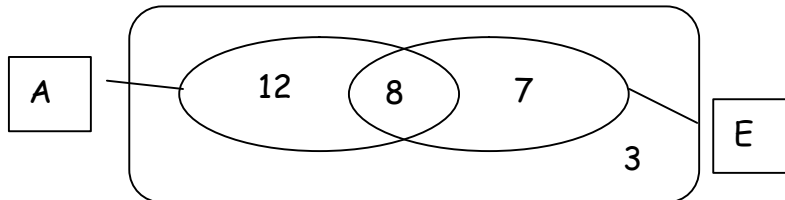
Dans une classe de 30 élèves, 20 étudient l'anglais et 15 l'espagnol. 8 étudient les deux langues. Pour un élève donné, on note A l'événement : « l'élève étudie l'anglais » et E l'événement : « l'élève étudie l'espagnol ».

- 1) Que représente l'événement $A \cap E$?
- 2) Que représente l'événement $A \cup E$?
- 3) Combien d'élèves n'apprennent ni l'anglais ni l'espagnol ?
- 4) Quel est l'événement contraire de A ?

- 1) L'événement $A \cap E$ se réalise si l'élève étudie à la fois l'anglais et l'espagnol.
 - 2) L'événement $A \cup E$ se réalise si l'élève étudie soit l'anglais soit l'espagnol. (et éventuellement les deux langues)
 - 3) On peut s'aider d'un tableau (appelé diagramme de Carroll)
- \overline{A} désigne l'événement contraire de A et \overline{E} désigne l'événement contraire de E.

	E	\overline{E}	Total
A	8	12	20
\overline{A}	7	3	10
Total	15	15	30

On peut aussi représenter les données à l'aide d'un diagramme de Venn :



On déduit d'un des deux diagrammes que 3 élèves n'apprennent ni l'anglais, ni l'espagnol.

- 4) L'événement contraire de A se réalise pour un élève qui n'étudie pas l'anglais.

Exercice 2: (6 points)

Un sac contient des jetons carrés ou ronds, de couleur verte, bleue ou noire.

Il y a 10 jetons verts dont 4 carrés; 10 des 12 jetons bleus sont carrés; 14 des 18 jetons noirs sont ronds.

- 1) Utiliser un arbre ou un tableau pour donner le nombre de jetons de chaque sorte.
- 2) On tire un jeton au hasard : on suppose qu'il y a équiprobabilité. Soit A l'événement : « le jeton est vert », B l'événement : « le jeton est carré » et C l'événement : « le jeton est carré et n'est pas bleu ».
- a) Calculer les probabilités respectives de A, de B et de C.
- b) Calculer les probabilités des événements contraires de A, de B et de C.
- c) Exprimer par une phrase l'événement contraire de C.

CORRECTION

1) 2 arbres sont possibles selon que l'on choisit de présenter en premier la forme ou la couleur des jetons.

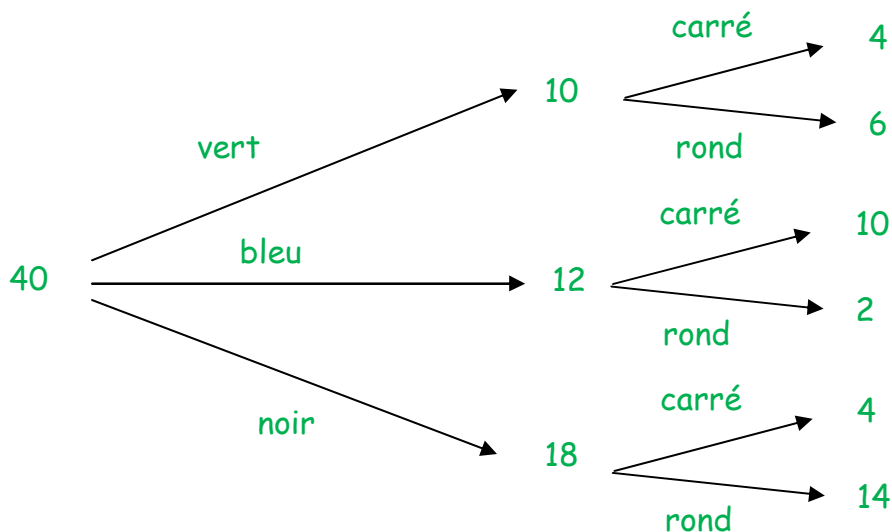
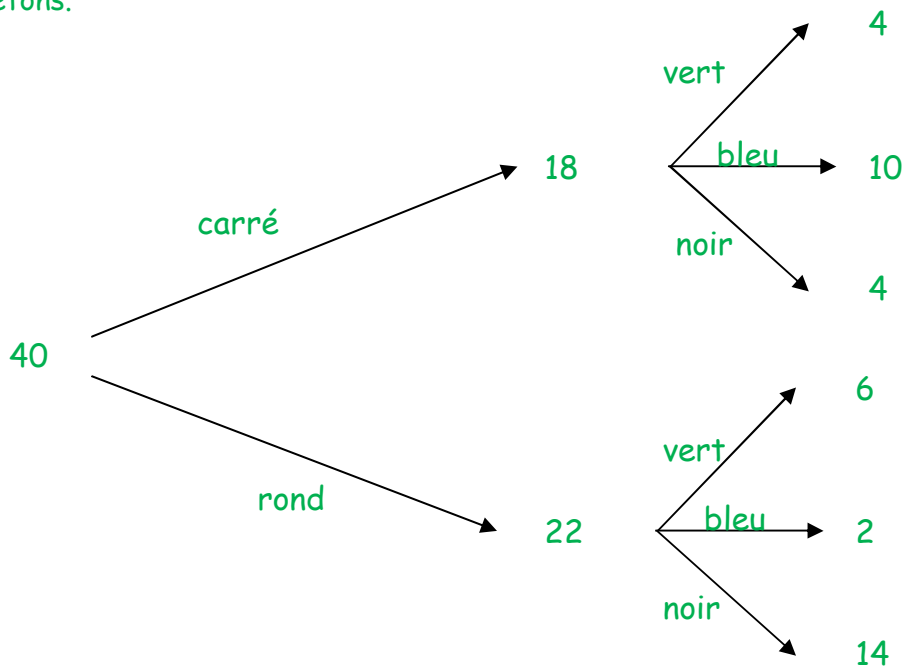


Tableau à double entrée

	vert	bleu	noir	total
carré	4	10	4	18
rond	6	2	14	22
Total	10	12	18	40

2) En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement se calcule par :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables réalisant l'événement}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

CORRECTION

a) $p(A) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

$p(B) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$

$p(C) = \frac{4+4}{40} = \frac{1}{5}$

b) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{3}{4}$

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = \frac{11}{20}$

$p(\overline{C}) = 1 - p(C) = \frac{4}{5}$

c) L'événement contraire de C se réalise si « Le jeton n'est pas carré ou est bleu ».

Exercice 3 : (4 points)

On joue avec un dé truqué à 6 faces. On lance une fois ce dé. On sait que :

- la probabilité d'obtenir 1,2,3,4 ou 5 est la même.
- la probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\frac{1}{2}$.

- Soit A l'événement : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ». Calculer p(A).
- Soit B l'événement : « obtenir 1 ». Déterminer p(B).
- Soit C l'événement : « obtenir un nombre pair ». Déterminer p(C).
En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.

Soit $p = p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5)$.

La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

Donc $5p + \frac{1}{2} = 1$

Donc $5p = \frac{1}{2}$

D'où : $p = \frac{1}{10}$

La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	6
probabilité	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$

1) $p(A) = p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

On peut aussi remarquer que $p(A) = 1 - p(6) = \frac{1}{2}$

2) $p(B) = p(1) = \frac{1}{10}$

3) $p(C) = p(2) + p(4) + p(6) = \frac{2}{10} + \frac{1}{2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}$

L'événement contraire de C, \overline{C} se réalise si on obtient un nombre impair.

donc $p(\overline{C}) = 1 - p(C) = \frac{3}{10}$

CORRECTION

Exercice 4 : (6 points)

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.

On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10 » ;

- 1) Calculer les probabilités des événements A, B, C, $A \cap B$, $B \cap C$ et $A \cap \overline{C}$.
- 2) En déduire la probabilité des événements $A \cup B$ et $A \cup \overline{C}$.

1) $p(A) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (il y a 50 nombres pairs compris entre 1 et 100)

$p(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ (il y a 20 multiples de 5 compris entre 1 et 100 :
5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 ; 30 ; 35 ; 40 ; 45 ; 50 ; 55 ; 60 ; 65 ; 70 ; 75 ; 80 ; 85 ; 90 ; 95 ; 100)

$p(C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (il y a 10 multiples de 10 compris entre 1 et 100 :
10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90 ; 100)

$p(A \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (Il y a 10 multiples de 5 pairs compris entre 1 et 100 :
10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90 ; 100)

$p(B \cap C) = p(C) = \frac{1}{10}$ (car tout multiple de 5 est un multiple de 10)

$p(A \cap \overline{C}) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ (Il y a 40 nombres pairs non multiples de 10 compris entre 1 et 100 :
2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 14 ; 16 ; 18 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28 ; 32 ; 34 ; 36 ; 38 ; 42 ; 44 ; 46 ; 48 ; 52 ; 54 ; 56 ; 58 ; 62 ; 64 ;
66 ; 68 ; 72 ; 74 ; 76 ; 78 ; 82 ; 84 ; 86 ; 88 ; 92 ; 94 ; 96 ; 98)

2) On utilise la relation $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{5 + 2 - 1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

On peut le vérifier en dénombrant le nombre d'éventualités composant l'événement $A \cup B$:

« Le numéro de la boule est pair ou bien est un multiple de 5 ».

Cet événement est composé de :

- tous les numéros pairs compris entre 1 et 100 : 50 au total
- plus tous les multiples de 5 impairs compris entre 1 et 100 : 15 au total (1 par dizaine)

De même $p(A \cup \overline{C}) = p(A) + p(\overline{C}) - p(A \cap \overline{C})$

Or $p(\overline{C}) = 1 - p(C)$

Donc : $p(A \cup \overline{C}) = 1 + p(A) - p(C) - p(A \cap \overline{C}) = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} - \frac{2}{5} = \frac{20 + 10 - 2 - 8}{20} = \frac{20}{20} = 1$

On en déduit que $A \cup \overline{C}$ est l'événement certain.

Vérifions le à l'aide d'un dénombrement :

$A \cup \overline{C}$ se réalise pour un nombre pair compris entre 1 et 100 ou qui n'est pas un multiple de 10.

CORRECTION

C'est-à-dire pour tous les nombres pairs compris entre 1 et 100 plus tous les nombres impairs compris entre 1 et 100 qui ne sont pas des multiples de 10.

Or tous les nombres impairs ne sont pas multiples de 10.

Donc $A \cup \overline{C}$ est composé des nombres pairs et impairs compris entre 1 et 100.

C'est-à-dire de tous les nombres compris entre 1 et 100.

Donc $A \cup \overline{C}$ est bien l'événement certain et $p(A \cup \overline{C}) = 1$.

Exercice 1: (6 points)

Un sac contient des jetons carrés, ronds ou triangulaires, de couleur noire ou verte. Il y a 10 jetons ronds dont 4 noirs; 5 des 15 jetons carrés sont verts; 6 des 25 jetons triangulaires sont noirs.

- 1) Utiliser un arbre ou un tableau pour donner le nombre de jetons de chaque sorte.
- 2) On tire un jeton au hasard : on suppose qu'il y a équiprobabilité. Soit A l'événement : « le jeton est rond », B l'événement : « le jeton est de couleur verte » et C l'événement : « le jeton est de couleur noire et n'est pas rond ».

 - a) Calculer les probabilités respectives de A, de B et de C.
 - b) Calculer les probabilités des événements contraires de A, de B et de C.
 - c) Exprimer par une phrase l'événement contraire de C.

1) 2 arbres sont possibles selon que l'on choisit de présenter en premier la forme ou la couleur des jetons.

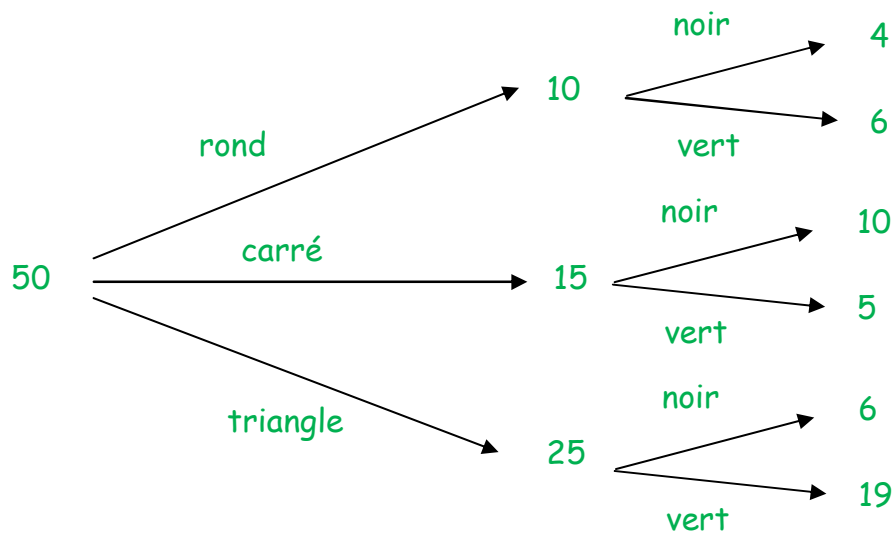
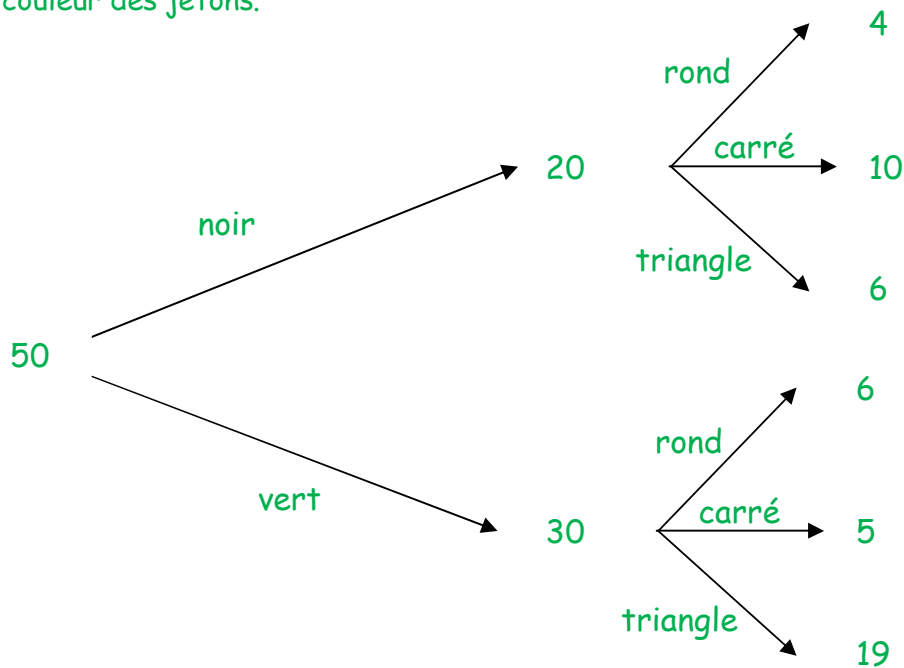


Tableau à double entrée

	noir	vert	total
rond	4	6	10
carré	10	5	15
triangle	6	19	25
Total	20	30	50

2) En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement se calcule par :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables réalisant l'événement}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

a) $p(A) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

$p(B) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

$p(C) = \frac{10 + 6}{50} = \frac{8}{25}$

b) $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{4}{5}$

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = \frac{2}{5}$

$p(\overline{C}) = 1 - p(C) = \frac{17}{25}$

c) L'événement contraire de C se réalise si « Le jeton n'est pas de couleur noire ou est rond ».

Exercice 2: (4 points)

Le professeur de musique a fait une enquête auprès de 150 élèves d'un collège : 116 élèves déclarent aimer les variétés, 52 la musique classique et 40 aiment à la fois les variétés et la musique classique.

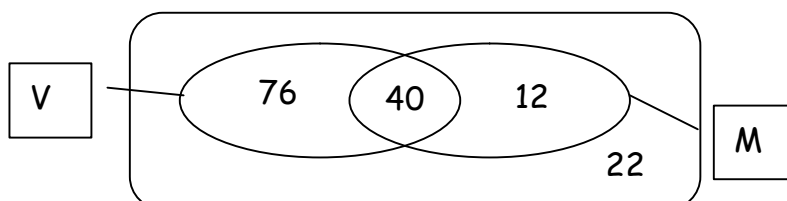
Pour un élève donné, on désigne par V l'événement « l'élève aime les variétés » et M l'événement « l'élève aime la musique classique ».

- 1) Que représente l'événement $V \cap M$?
- 2) Que représente l'événement $V \cup M$?
- 3) Combien d'élèves n'aiment ni les variétés, ni la musique classique ?
- 4) Quel est l'événement contraire de V ?

- 1) L'événement $V \cap M$ se réalise si l'élève aime à la fois les variétés et la musique classique.
- 2) L'événement $V \cup M$ se réalise si l'élève étudie aime soit les variétés soit la musique classique (et éventuellement les deux).
- 3) On peut s'aider d'un tableau (appelé diagramme de Carroll)
 \overline{V} désigne l'événement contraire de V et \overline{M} désigne l'événement contraire de M.

	M	\overline{M}	Total
V	40	76	116
\overline{V}	12	22	34
Total	52	98	150

On peut aussi représenter les données à l'aide d'un diagramme de Venn :



On déduit d'un des deux diagrammes que 22 élèves n'aiment ni les variétés, ni la musique classique.

4) L'événement contraire de V se réalise pour un élève qui n'aime pas les variétés.

Exercice 3 : (6 points)

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.

On considère les événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est impair » ;
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 » ;
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 20 » ;

1) Calculer les probabilités des événements A, B, C, $\overline{A} \cap B$, $B \cap C$ et $\overline{A} \cap \overline{C}$.

2) En déduire la probabilité des événements $\overline{A} \cup B$ et $\overline{A} \cup \overline{C}$.

Que peut-on dire de l'événement $\overline{A} \cup \overline{C}$?

1) $p(A) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (il y a 50 nombres impairs compris entre 1 et 100)

$p(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ (il y a 20 multiples de 5 compris entre 1 et 100 : 2 par dizaines)

$p(C) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ (il y a 5 multiples de 20 compris entre 1 et 100 :
20 ; 40 ; 60 ; 80 ; 100)

$p(\overline{A} \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (Il y a 10 multiples de 5 pairs compris entre 1 et 100 :
10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90 ; 100)

$p(B \cap C) = p(C) = \frac{1}{20}$ (car tout multiple de 5 est un multiple de 20)

$p(\overline{A} \cap \overline{C}) = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ (Il y a 45 nombres pairs non multiples de 20 compris entre 1 et 100 : les 50 nombres pairs - les nombres 20 ; 40 ; 60 ; 80 et 100)

2) On utilise la relation $p(\overline{A} \cup B) = p(\overline{A}) + p(B) - p(\overline{A} \cap B)$

Or $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = \frac{1}{2}$

Donc $p(\overline{A} \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{5 + 2 - 1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

On peut le vérifier en dénombrant le nombre d'éventualités composant l'événement $\overline{A} \cup B$:

« Le numéro de la boule est pair ou bien est un multiple de 5 ».

Cet événement est composé de :

- tous les numéros pairs compris entre 1 et 100 : 50 au total
- plus tous les multiples de 5 impairs compris entre 1 et 100 : 15 au total (1 par dizaine)

De même $p(\overline{A} \cup \overline{C}) = p(\overline{A}) + p(\overline{C}) - p(\overline{A} \cap \overline{C})$

Or $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$ et $p(\overline{C}) = 1 - p(C)$

Donc : $p(\overline{A} \cup \overline{C}) = 2 - p(A) - p(C) - p(\overline{A} \cap \overline{C}) = 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{20} - \frac{9}{20} = \frac{40 - 10 - 1 - 9}{20} =$

$\frac{20}{20} = 1$

On en déduit que $\overline{A} \cup \overline{C}$ est l'événement certain.

Vérifions le à l'aide d'un dénombrement :

$\overline{A} \cup \overline{C}$ se réalise pour un nombre pair compris entre 1 et 100 ou qui n'est pas un multiple de 20.

C'est-à-dire pour tous les nombres pairs compris entre 1 et 100 plus tous les nombres impairs compris entre 1 et 100 qui ne sont pas des multiples de 20.

Or tous les nombres impairs ne sont pas multiples de 20.

Donc $\overline{A} \cup \overline{C}$ est composé des nombres pairs et impairs compris entre 1 et 100.

C'est-à-dire de tous les nombres compris entre 1 et 100.

Donc $\overline{A} \cup \overline{C}$ est bien l'événement certain et $p(\overline{A} \cup \overline{C}) = 1$.

Exercice 4: (4 points)

On joue avec un dé truqué à six faces. La probabilité d'obtenir une face est

proportionnelle au numéro qu'elle porte : $p_1 = \frac{p_2}{2} = \frac{p_3}{3} = \frac{p_4}{4} = \frac{p_5}{5} = \frac{p_6}{6}$ où p_i est la probabilité

d'obtenir la face i .

- 1) Exprimer p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 en fonction de p_1
- 2) Calculer p_1 . En déduire p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 .
- 3) On lance une fois ce dé. Calculer la probabilité d'obtenir :
 - a) un nombre pair
 - b) un multiple de 3

- 1) $p_2 = 2p_1; p_3 = 3p_1; p_4 = 4p_1; p_5 = 5p_1; p_6 = 6p_1$
- 2) La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.

Donc $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1$

Soit : $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)p_1 = 1$

Donc $p_1 = \frac{1}{21}$

La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	6
probabilité	$p_1 = \frac{1}{21}$	$p_2 = \frac{2}{21}$	$p_3 = \frac{3}{21}$	$p_4 = \frac{4}{21}$	$p_5 = \frac{5}{21}$	$p_6 = \frac{6}{21}$

- 3) a) Soit A l'événement : « obtenir un nombre pair ».

CORRECTION

$$p(A) = p_2 + p_4 + p_6 = \frac{2+4+6}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

b) Soit B l'événement : « obtenir un multiple de 3 ».

$$p(B) = p_3 + p_6 = \frac{3+6}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$