Plan de travail suites arithmétiques :

Objectif 1 : Reconnaître une suite arithmétique

Exercice 1 :
1. Les nombres 0 ; 1 ; 3 ; 4 sont-ils, dans l'ordre, les premiers termes successifs d'une suite arithmétique ?
2. Les nombres -1 ; 0 ; 1 ; 2 sont-ils, dans l'ordre, les premiers termes successifs d'une suite arithmétique ?

Exercice 2:
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n non nul, par $u_n=2n^2-n+1$
Soit (v_n) la suite définie pour tout entier n non nul, par $v_n=4n-2$
Soit (w_n) la suite définie pour tout entier par $\begin{cases} w_0=3 \\ w_{n+1}=2w_n-1 \end{cases}$
Soit (a_n) la suite définie pour tout entier par $\begin{cases} a_0=1 \\ a_{n+1}=a_n+4 \end{cases}$
Déterminer parmi ces suites, lesquelles sont arithmétiques.

Objectif 2 :Calculer les premiers termes d'une suite arithmétique

Exercice 3:
Soit (u_n) la suite arithmétique de raison $0,5$ et de premier terme $u_0=3$. Calculer u_1 ; u_2 et u_3

Exercice 4 :
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier par n $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=u_n-5 \end{cases}$
Cette suite est-elle arithmétique ? Si oui, quelle est sa raison ?

Exercice 5 :
Soit (u_n) la suite arithmétique de raison $3,5$ tel que $u_{12}=13$. Calculer u_{11} et u_{13}

Exercice 6 :
Soit (u_n) la suite arithmétique tel que $u_{14}=-5$ et $u_{15}=-9$. Calculer sa raison.

Objectif 3 : Sens de variation d'une suite arithmétique

Exercice 7 :
Donner le sens de variations des suites arithmétique (u_n)
1. De raison 3 2. De raison 0,2 3. De raison -1

Objectif 4 : Calculer le terme de rang n d'une suite arithmétique

Exercice 8 :
Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0=3$ et de raison 2. Exprimer u_n en fonction de n

Exercice 9 :
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier par n $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=u_n+2 \end{cases}$ Exprimer u_n en fonction de n

Plan de travail suites géométriques :

Objectif 1 : Reconnaître une suite géométrique

Exercice 1 :

1. Les nombres 0 ; 2 ; 4 ; 8 sont-ils, dans l'ordre, les premiers termes successifs d'une suite géométrique ?

2. Les nombres 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$ sont-ils, dans l'ordre, les premiers termes successifs d'une suite géométrique?

Exercice 2 :

Indiquer si chaque suite donnée ci-dessous, définie pour tout entier naturel n , est ou non géométrique ? Justifier.

1. $u_n=n^2$ **2.** $v_n=2+3\text{n}$

3. $w_n=\frac{2^n}{3^{n+1}}$ **4.** $z_n=4\text{n}$

Exercice 3 :

Démontrer que la suite (v_n) , définie pour tout entier naturel n par $v_n=\frac{2^n}{3}$ est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme. Démontrer que $(v_1)^2=v_0\times v_2$

Exercice 4 :

On connaît deux termes de la suite géométrique (v_n) , de raison positive : $v_1=7$ et $v_3=85{,}75$. Préciser sa raison et son premier terme v_0

Exercice 5 :

Reconnaître les suites géométriques par mi celles proposées, en justifiant :

$$\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\frac{3\text{u}_n}{5} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0=1 \\ v_{n+1}=2^{v_n} \end{cases}$$

Objectif 2 : Calculer les premiers termes d'une suite géométrique

Exercice 5 :

Soit (v_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$, de premier terme $v_0=7$ et de raison $q=2$ Calculer v_1 ; v_2 et v_3 . Exprimer v_n en fonction de n

Exercice 6 :

Soit (v_n) la suite géométrique définie sur $\mathbb{N}$, de premier terme $v_0=2$ et de raison $q=\frac{1}{3}$ Calculer v_1 ; v_2 et v_{10} .

Objectif 3 : Sens de variation d'une suite géométrique

Exercice 7 :

Quel est le sens de variations de la suite géométrique (v_n) définie sur $\mathbb{N}$, par :

1. $v_0=1$ et $q=2$ 2. $v_0=3$ et $q=1\text{over}4$ 2. $v_0=-2$ et $q=1\text{over}4$ 4. $v_0=-3$ et $q=1{,}3$

Objectif 4 : Représentation graphique d'une suite géométrique

Exercice 8 :

On a représenté deux suites géométriques. A partir de ces informations, déterminer pour chacune, le premier terme et la raison . Comment qualifie-t-on une telle évolution ?

Plan de travail suites géométriques : Modéliser avec les suites

Exercice 1 : Le tableau suivant donne le nombre d'habitants d'une commune pour les années de 1995 à 2005.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Nombre d'inscrits	1323	1313	1304	1297	1288	1289	1281	1271	1258	1248

1°) On note P_n le nombre d'habitants de la commune pour l'année n .
a) Donner la valeur de P_{1995} ; P_{1998} et P_{2005} .
b) Calculer $P_{1995}-P_{1995}$. Interpréter ce résultat.
2°) On définit une suite de nombres (un) par : $u_n=17283-8n$ pour tout entier n .
a) Calculer u_{1995} ; u_{1999} et u_{2005} .
b) On admet que la suite (u_n) est un modèle mathématique représentant le nombre d'habitants de la commune. En utilisant ce modèle, à combien peut-on estimer la population pour l'année 2020 ?

Exercice 2 : Le 01/01/2010 un journal compte 12000 abonnés.
Le service des abonnements a noté que, chaque mois, 1000 abonnements arrivent à échéance. Sur ces 1000 abonnements, 750 sont renouvelés.
De plus chaque mois 320 nouveaux abonnements sont souscrits.
On note u_1 le nombre d'abonnés à la date du 01/01/2010, u_2 le nombre d'abonnés à la date du 01/02/2010, et ainsi de suite, de mois en mois.
1°) Donner les valeurs de u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4
2°) Justifier que la variation absolue lorsqu'on passe d'un terme au terme suivant est constante. Quelle est cette variation ?
3°) Déterminer u_{13} et u_{25} . Interpréter ces résultats.

Exercice 3 : On suppose qu'un pin d'un âge supérieur à 10 ans a une croissance régulière annuelle de 40cm de hauteur.
On note h_n la hauteur en mètres du pin à l'âge n (pour $n\geq 10$)
1°) En supposant dans cette question que $h_{10}=22$, calculer h_{11} et h_{12} .
2°) Montrer que la suite $(h_n)_{n\geq 10}$ est une suite arithmétique.
3°) On suppose qu'un pin de 10 ans a une hauteur de 17m. Quelle sera sa hauteur lorsqu'il aura 22 ans ?
4°) On suppose qu'un pin de 28 ans a une hauteur de 25m. Quelle était sa hauteur lorsqu'il avait 18 ans ?
5°) Représenter graphiquement pour n compris entre 10 et 30 la hauteur d'un pin qui me sure 15m à 10 ans.

Exercice 4 : Cet exercice a pour but d'étudier l'évolution du nombre de bactéries au cours du temps dans une situation de nature expérimentale.
On dépose un morceau de viande sur un comptoir l'été à 14h00, la température avoisine les 35°C. Ce morceau de viande contient 100 bactéries, et dans ces conditions, le nombre de bactéries double toutes les 15 minutes.
On note u_0 le nombre de bactéries à 14h 00, u_1 le nombre de bactéries à 14h15, u_2 le nombre de bactéries à 14h30, et u_n le nombre de bactéries n quarts d'heure après 14 h00, n étant un entier naturel.
1°) Compléter le tableau suivant (on suppose que les conditions ne changent pas durant l'expérience) :

Heure	14 h 00	14 h 15	14 h 30	14 h 45	15 h 00
Rang : n	0	1	2	3	4
Nombre de bactéries	100				

2°) Quelle est la relation entre u_n et u_{n+1} ?
3°) Préciser la nature de la suite (u_n) définie précédemment et sa raison.
4°) Exprimer u_n en fonction de n .
5°) Calculer le nombre de bactéries à 17h00.
6°) On estime qu'à partir de 150 000 bactéries présentes dans un aliment, celui-ci a atteint un niveau impropre à la consommation pour l'être humain. Jusqu'à quelle heure, arrondie au quart d'heure, l'être humain peut-il consommer sans risque le morceau de viande ?

Exercice 5 : Un capital de 12800 euros est placé le 01/01/2015 avec un taux d'intérêt annuel de 4,25%.
Tous les ans les intérêts sont cumulés au capital.
Pour tout entier n , on note C_n le capital correspondant au 1er janvier de l'année $2015+n$.
1°) Donner les valeurs de C_0 ; C_1 ; C_2 ; C_3 .
2°) Démontrer que pour tout entier n le quotient $\dfrac{C_{n+1}}{C_n}$ est constant. Quelle est la nature de la suite (C_n)
3°) Calculer le capital au 1er janvier 2027

Correction

Exercice 3 : On suppose qu'un pin d'un âge supérieur à 10 ans
a une croissance régulière annuelle de 40cm de hauteur.
On note h_n la hauteur en mètres du pin à l'âge n (pour $n \geq 10$)
1°) En supposant dans cette question que $h_{10}=22$, calculer h_{11} et h_{12} .
h_{11} est la hauteur du pin à la 11ème année,
il croit de 40 cm par rapport à sa taille de l'année 10 : $h_{11}=22+0{,}40=22{,}40$
de même, le pin croît encore de 40 cm la 12ème année donc $h_{12}=22{,}40+0{,}40=22{,}80$

2°) Montrer que la suite $(h_n)_{n \geq 10}$ est une suite arithmétique.

(h_n) est une suite arithmétique de raison 0,40 puisque elle se construit par la relation de récurrence pour $n \geq 10$:

$$\begin{cases} h_{10}=22 \\ h_{n+1}=h_n+0{,}40 \end{cases}$$

3°) On suppose qu'un pin de 10 ans a une hauteur de 17m.
Quelle sera sa hauteur lorsqu'il aura 22 ans ?
On se donne (u_n) une suite arithmétique de raison 0,40 pour $n \geq 10$: $\begin{cases} u_{10}=17 \\ u_{n+1}=u_n+0{,}40 \end{cases}$
qui détermine la taille d'un tel pin.
Pour calculer sa taille quand il aura 22 ans, il faut calculer u_{22}

$u_{22}=u_{21}+40=u_{20}+2\times 0{,}40=...=u_{10}+12\times 0{,}40=17+4{,}80=21{,}80$

On peut estimer la taille du pin à 21,80 m dans 12 ans.
4°) On suppose qu'un pin de 28 ans a une hauteur de 25m.
Quelle était sa hauteur lorsqu'il avait 18 ans ?

On se donne (v_n) une suite arithmétique de raison 40
pour $n \geq 10$: $\begin{cases} v_{28} = 25 \\ v_{n+1} = v_n + 40 \end{cases}$ qui détermine la taille d'un tel pin.
Pour calculer sa taille quand il avait 18 ans, il faut calculer v_{18}
sur le même modèle que dans le 3), on a $v_{28} = v_{18} + 0,40 \times 10 = v_{18} + 4 = 25$ d'où $v_{18} = 25 - 4 = 21$
On peut estimer la taille du pin à 21 m quand il avait 18 ans.
5°) Représenter graphiquement pour n compris entre 10 et 30
la hauteur d'un pin qui mesure 15m à 10 ans.