Correction du DS commun de seconde

Exercice n°1 :

1°)

x	-5		-3		-1		2		6
Variations de f	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2

2°) Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = 1$ sont les abscisses des points d'intersection de la représentation de f et de la droite d'équation $y = 1$.

Ainsi : $S = \{-3, 0{,}25, 4\}$

Exercice n°2 :

Partie A :

1°) $2 - 2x = 0$ équivaut à $x = 1$ et $3 - x = 0$ équivaut à $x = 3$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
Signe de $2 - 2x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
Signe de $3 - x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signe d $(2 - 2x)(3 - x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2°) Pour tout réel x, $(2 - 2x)(3 - x) = 6 - 6x - 2x + 2x^2 = 2x^2 - 8x + 6$.

3°) $2x^2 - 8x + 6 > 0$ équivaut à $(2 - 2x)(3 - x) > 0$.

D'après le tableau de signe, pour les réels x dans $]-\infty\,;1[\,\cup\,]3\,;+\infty[$, $2x^2 - 8x + 6 > 0$.

Partie B :

1°) Comme B doit rester sur [AC], x est dans l'intervalle $[0\,;4]$.

2°) ABCD est le carré de côté x, l'aire de ABCD est donc x^2.

3°) a) Comme B est sur [AC], $BC = AC - AB = 4 - x$.

b) BEFG est le carré de côté $(4 - x)$, l'aire de BEFG est donc $(4 - x)^2$.

4°) La somme des aires des carrés ABCD et BEFG est $x^2 + (4 - x)^2$.

Or, pour tout réel x, $x^2 + (4 - x)^2 = x^2 + 16 - 8x + x^2 = 2x^2 - 8x + 16$.

5°) Pour que la somme des aires des deux carrés soit supérieure à 10 cm², il faut :

$2x^2 - 8x + 16 > 10$ qui équivaut à $2x^2 - 8x + 6 > 0$.

D'après la question A3°), x doit être dans $]-\infty\,;1[\,\cup\,]3\,;+\infty[$. Or, x doit être dans l'intervalle $[0\,;4]$, ainsi, la somme des aires des deux carrés est supérieure à 10 cm² pour x dans $[0\,;1[\cup]3\,;4]$.

Exercice n°3 :

1°) On paye 45 € pour 50 km donc, $g(50) = 45$, et 29 € pour 10 km donc, $g(10) = 29$.

2°) g est une fonction affine donc $f(x) = mx + p$.

$m = \dfrac{g(50) - g(10)}{50 - 10} = \dfrac{45 - 29}{50 - 10} = \dfrac{16}{40} = 0{,}4$. $g(x) = 0{,}4x + p$.

Comme $g(50) = 45$, $0{,}4 \times 50 + p = 45$ et $20 + p = 45$ soit $p = 25$.

Conclusion : $g(x) = 0{,}4x + 25$.

3°) Comme $m = 0{,}4$, m est positif et g est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice n°4 :

1°) a) Par lecture graphique, dans le repère (O ; I, J), $B(-1\,;-2)$ et $C(-3\,;2)$.

b) $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-1-1\\3-(-1)\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ et par lecture graphique, $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$

c) Comme $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont les mêmes coordonnées, on peut affirmer que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et que ABCD est un parallélogramme.

d) BD = $\sqrt{\left((-1)-(-1)\right)^2 + (3-(-2))^2} = \sqrt{0^2+5^2} = \sqrt{25} = 5$

et AC = $\sqrt{(-3-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{(-4)^2+(3)^2} = \sqrt{25} = 5$

e) Comme BD = AC, le parallélogramme ABCD a ses diagonales de la même longueur et ABCD est un rectangle.

2°) a) On note (x ; y) les coordonnées du point M.

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-(-1)\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+1\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -1-(-3) \\ 3-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 2 \\ 1\end{pmatrix}$ et $2\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 \\ 2\end{pmatrix}$

Comme $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{CD}$, les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $2\overrightarrow{CD}$ ont les mêmes coordonnées et on peut écrire :
x – 1 = 4 soit x = 5 et y + 1 = 2 soit y = 1. Conclusion : Les coordonnées de M sont (5 ; 1).

b) Etudions la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-1 \\ -2-(-1)\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ -1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} 5-1 \\ 1-(-1)\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} 4 \\ 2\end{pmatrix}$

Relation de colinéarité : $(-2) \times 2 - (-1) \times 4 = -4 + 4 = 0$.

Ainsi, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires avec un point commun A, on peut donc affirmer que les points A, B et C sont alignés.

<u>Exercice n°5</u> :

1°) Pour la série M, la calculatrice donne :
Min = 12, Q_1 = 13,5, Me = 14,25, Q_3 = 15 et Max = 18.

2°) Par lecture du diagramme en boîte, pour la série P :
Min = 14, Q_1 = 16, Me = 16,5, Q_3 = 17, et Max = 17,5.

3°) a) Vrai. Pour la série M, le troisième quartile est 15. Ainsi 75% des patients ont une pression artérielle inférieure ou égale à 15.

b) Faux. Pour la série M : $Q_3 - Q_1$ = 15 – 13,5 = 1,5, et pour la série P, $Q_3 - Q_1$ = 17 – 16 = 1.

c) Vrai. Pour la série P, l'intervalle interquartile est [16 ; 17] et il contient au moins 50% de l'effectif. Ainsi, on peut affirmer qu'au moins 50% des patients ayant pris le placébo ont une pression artérielle comprise entre 16 et 17.

4°) A part les maximum, toutes les caractéristiques de la série M sont inférieures à celles de la série P. Ainsi, il semblerait que le médicament fasse baisser la pression artérielle.