Généralités sur les suites numériques

1. Définition et notations d'une suite numérique :(vidéo 1)

Définition et notations :

Introduction :

On nous donne cette suite de nombre : 1;2;4;8;….

Quels sont les deux nombres qui suivent cette liste ?

Réponse intuitive : ……...

Réponse mathématique : ………………………………………………..

Pour formaliser cette liste, on va nommer définir une **…………..** et chaque nombre sera un **……………………….**
Si on appelle u cette **……………**, on pourra noter ……… le premier terme, on aurait :……………...
……………………………………………

Définition mathématique :

Une fonction numérique $u : n \rightarrow u(n)$ définie sur $\mathbb{N}$ est appelée ……………………………..
Les images sont appelés des **termes** de la suite et sont notés u_n qu'on lit « **u indice n** »
Les antécédents n, des entiers naturels, sont appelés les **rangs** (ou les **indices**) des termes.

Premier terme :

Selon les situations, on pourra faire commencer la suite par u_0 ou u_1 .
On fera attention qu'avec une suite dont le premier terme est u_0 , u_1 est le …………………. terme, u_{10} est le …………..
Il y a un …………………. entre l'indice et le rang du terme.

2. Les deux principaux modes de génération d'une suite :

1. Suite définie par une fonction explicite : **(vidéo 2)**

Définition :

Une suite (u_n) est définie de manière …………………….. si son terme général s'écrit en fonction de …..

Exemple :

On définit la suite (u_n) définie pour tout entier n , tel que $u_n = 2n+3$
On calcule facilement : $u_0 = ...$ $u_1 = ...$; $u_2 = ...$ $u_3 = ...$; $u_4 = ...$; $u_{100} = ...$

2. Suite définie par une relation de récurrence : **(vidéo 3)**

Définition :

Une suite (u_n) est définie par récurrence si on connaît **………………………..** et si son terme général s'écrit en fonction de ……………………...

Exemple :

On définit la suite (u_n) définie pour tout entier n , tel que $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$

On calcule facilement: $u_0 = ...$ $u_1 = ...$; $u_2 = ...$

$u_3 = ...$; $u_4 = ...$

Comment calculer u_{100} ?

Attention !

Il ne faut pas confondre u_{n+1} qui est ……...................... et $u_n + 1$ qui vaut …......................…

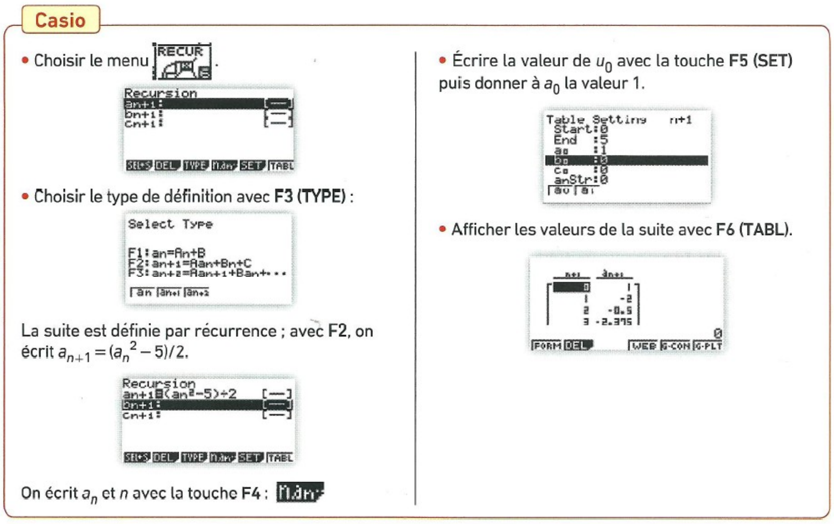
3. Afficher un tableau de valeur d'une suite définie par récurrence avec la calculatrice :(vidéo 4)

<u>Exemple :</u>

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n^2 - 5}{2} \end{cases}$$

Afficher à l'écran de la calculatrice les 10 premiers termes de cette suite



4. Représentation graphique d'une suite : (vidéo 5)

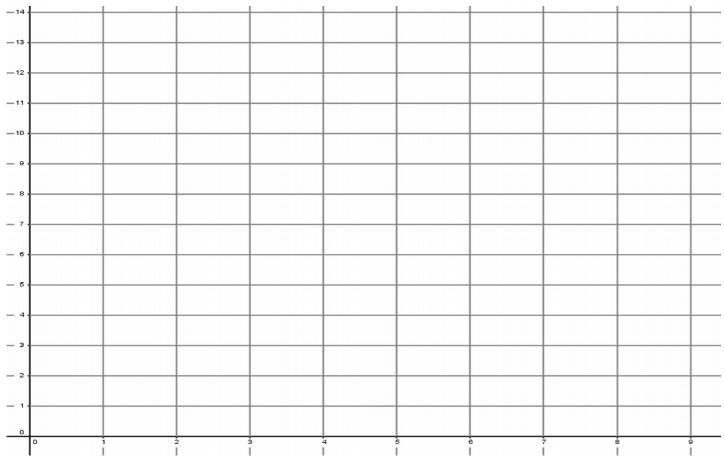
On peut représenter graphiquement une suite numérique, comme on le fait pour une fonction, en plaçant les indices n sur les abscisses et les valeurs du terme correspondant en ordonnées.

<u>Exemple :</u>

Représenter graphiquement les suites (u_n) et (v_n) définie pour tout entier n par

$u_n = 3n - 4$ et

$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = 2v_n - 1 \end{cases}$$



5. <u>Sens de variation d'une suite :(vidéo 6)</u>

<u>Définitions :</u>

- Une suite (u_n) est croissante sur $\mathbb{N}$, si et seulement si, pour tout n , …..............
- Une suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$, si et seulement si, pour tout n , …..............
- Une suite est monotone si elle est croissante sur $\mathbb{N}$ ou décroissante sur $\mathbb{N}$

<u>Méthode :</u>

A l'usage, il est souvent pratique d'étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$:

Si $u_{n+1} - u_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors la suite (u_n) est …..............................

Si $u_{n+1} - u_n < 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, alors la suite (u_n) est …..............................

<u>Exemples :</u> En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$ donner le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = 2n + 4$

- La suite (u_n) définie pour tout entier n par $u_n = n^2$

- La suite (u_n) définie pour tout entier n par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$