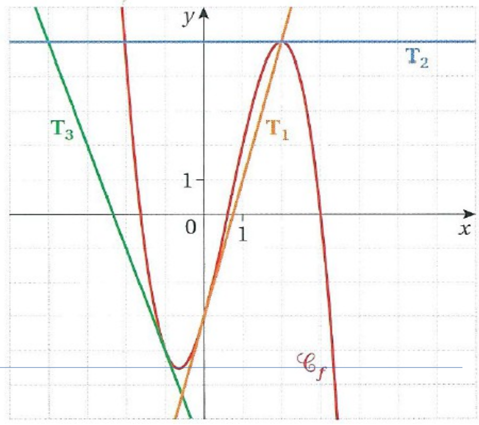
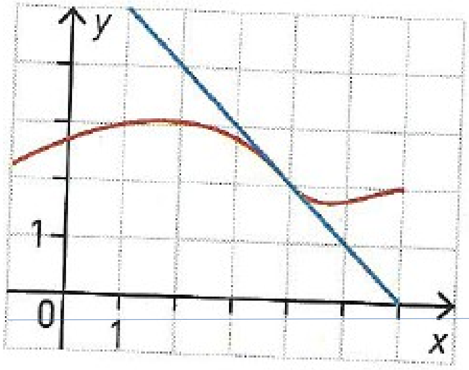
Plan de travail : Nombre dérivée

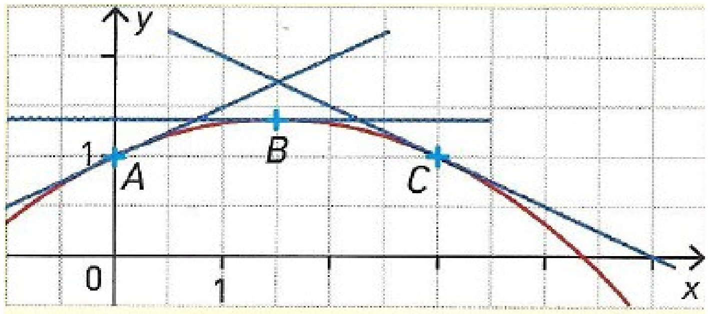
Nombre dérivée et graphique :



Exercice 1 :
On a représenté graphiquement une fonction f .
Dire en quelle point chacune des droites (T_1) ; (T_2) et (T_3) est la tangente à la courbe représentative de f



Exercice 2 :
On a représenté graphiquement une fonction f et sa tangente en $a=4$.
Lire le coefficient directeur de cette tangente et en déduire $f'(4)$



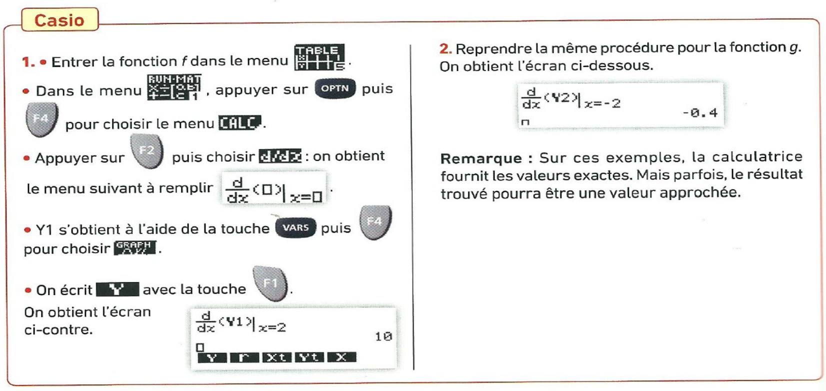
Exercice 3 :
La courbe de la fonction f et quelques-une de ses tangentes ont été tracées.
Lire les nombre dérivées de f en 0 ; 1,5 et 3

Exercice 4 : Tracer une courbe représentative d'une fonction f sur [-2 ; 3] tel que :

$f(-2)=1$ $f(-1)=\frac{3}{2}$; $f(0)=\frac{1}{2}$; $f(1)=-\frac{3}{2}$;
$f(2)=3$; $f(3)=-1$
$f'(-2)=3$; $f'(-1)=0$; $f'(1)=-2$; $f'(2)=0$

Nombre dérivé et calculatrice :

Méthode :


Casio

1. • Entrer la fonction f dans le menu TABLE.
• Dans le menu RUN-MAT, appuyer sur OPTN puis F4 pour choisir le menu CALC.
• Appuyer sur F2 puis choisir d/dx : on obtient le menu suivant à remplir $\frac{d}{dx}(\square)|_{x=\square}$.
• Y1 s'obtient à l'aide de la touche VARS puis F4 pour choisir GRAPH.
• On écrit Y avec la touche F1.
On obtient l'écran ci-contre.

$\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=2}$ 10

2. Reprendre la même procédure pour la fonction g.
On obtient l'écran ci-dessous.

$\frac{d}{dx}(Y2)|_{x=-2}$ -0.4

Remarque : Sur ces exemples, la calculatrice fournit les valeurs exactes. Mais parfois, le résultat trouvé pourra être une valeur approchée.

Exercice 4 :
Calculer avec la calculatrice le nombre dérivé en a de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans les cas suivants :

1. $f(x)=2x^2+x$ en $a=2$
2. $f(x)=x^3-2$ en $a=-1$

Exercice 5 :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=x^2-1$

a. Déterminer à la calculatrice $f'(2)$
b. Tracer dans un repère, la courbe représentative de f et sa tangente (T) en 2.

Nombre dérivé et Taux d'accroissement :

Exercice 6 :
Calculer le nombre dérivé en a de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans les cas suivants :

1. $f(x)=2x^2+4$ en $a=-1$
2. $f(x)=3x^2-2x+1$ en $a=2$

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\frac{5}{x}$:

1. La fonction en f est-elle dérivable en 8 ?
2. Si oui, calculer $f'(8)$

Plan de travail : Équation de tangente et Fonctions dérivées

Déterminer une équation de Tangente :

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5x^2-3x$:

1. Déterminer à la calculatrice le nombre dérivé de f en $a=1$
2. En déduire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1
3. Déterminer à la calculatrice uniquement, l'équation de la tangente à cette courbe au point d'abscisse 2.

Exercice 9 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ par $f(x)=\dfrac{5x-1}{x+2}$:

1. Déterminer à la calculatrice le nombre dérivé de f en $a=0$
2. En déduire une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1

Calculs de fonction dérivée :

Exercice 10 :

Déterminer la fonction dérivée dans chacun des cas suivants sans se soucier ni du domaine de définition, ni du domaine de dérivabilité :

$f(x)=4x-3$ $\quad g(x)=-4x^3+5x^2+3x-4$ $\quad h(x)=4\sqrt{x}$ $\quad i(x)=\dfrac{7}{x}$

Exercice 11 :

Déterminer la fonction dérivée dans chacun des cas suivants sans se soucier ni du domaine de définition, ni du domaine de dérivabilité :

1. $f(x)=(4x-3)(5x^2+2)$
2. $f(x)=\dfrac{5x^2-8x-1}{3-x}$
3. $f(x)=(4x-2)^2$
4. $f(x)=4x-3+\dfrac{7}{x-3}$
5. $f(x)=\dfrac{5\sqrt{x}}{5x-2}$
6. $f(x)=2\sqrt{x}(4x^2-x+1)$

Fonction dérivée et tangente :

Exercice 12 :

Soit f la fonction définie sur $]3\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{5x-1}{x-3}$

On note C sa courbe représentative dans un repère du plan

Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

Exercice 13 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^2-x+1$

On note C sa courbe représentative dans un repère du plan

1. Déterminer $f'(-1)$
2. Déterminer une équation de la tangente (T) au point A d'abscisse -1.
3. Étudier le signe de la fonction $g(x)=2x^2+4x-2$
3. En déduire la position relative de C et de (T)

Exercice 14 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2+1}$

On note C sa courbe représentative dans un repère du plan

1. Vérifier que pour tout réel x , on a $-x^3+3x-2=-(x-1)^2(x+2)$
2. Déterminer une équation de la tangente (T) au point A d'abscisse 1.
3. Déterminer la position relative de C et de (T)

Exercice 15 :

Dans un repère, on représente deux courbes d'équation : $y=-x^2+4x-2$ et $y=x^2-8x+16$

a. Démontrer que les deux courbes ne se coupent qu'en un seul point

b. Vérifier qu'en ce point, les deux courbes ont une tangente commune.